

# Topics in de geschiedenis van het wiskundeonderwijs na WOII in België en wereldwijd

Dirk De Bock en Wendy Goemans

DOE dubbel seminarie 20 november 2023



# Inleiding

- Onderzoeksdomein: “History of mathematics education”
  - ≠ History of mathematics
  - ≠ History of education
  - History of mathematics education ≠ History in mathematics education
- Van enkele geïsoleerde initiatieven tot een systematische onderzoeksactie
- Enkele mijlpalen:
  - TSG op ICME-10 (2004)
  - *International Journal for the History of Mathematics Education* (2005-)
  - Gespecialiseerde conferentiereeks (de ICHMEs) (vanaf 2009); “*Dig where you stand*”
  - *Handbook on the History of Mathematics Education* (2014)
  - Twee Springer book series (“*History of Mathematics Education*” en “*International Studies in the History of Mathematics and its Teaching*”) (vanaf 2017, resp. 2019)

# Inleiding

- In dit seminarie: Geen presentatie van een specifieke studie, wel overzicht...; Wendy zal wel focussen op een specifieke studie
- Mijn eerste schuchtere initiatieven: vanaf 2011 (wiskundeonderwijs in België na WOII: Servais, Royaumont, Libois, de MMs, ...); voorheen “PME”
  - Wetenschappelijke mentor: Geert Vanpaemel
  - Context: OG “ER & D”
- Rol van de Belgen op het internationale forum was onderbelicht...
  - Initiatief om voorgaande studies te integreren in een monografie (en leemtes aan te vullen)
  - Dit leidde tot “Rods, sets and arrows”

History of Mathematics Education

Dirk De Bock  
Geert Vanpaemel

# Rods, Sets and Arrows

The Rise and Fall of Modern Mathematics  
in Belgium

 Springer

---

## Rods, sets and arrows

- Verwijzing naar “iconen” van de zgn. modern wiskunde
  - Rods? (Georges Cuisenaire)



- Geschiedenis van het Belgisch wiskundeonderwijs in 1945-2000 (met daarin centraal de “opkomst” en “ondergang” van de “moderne wiskunde”)
- Archiefonderzoek, BelgicaPress, tijdschriften, “primary sources”, excellente ondersteuning bib Odisee ...
- Het boek in een notendop...

DOE dubbel seminarie 20 november 2023

KU LEUVEN

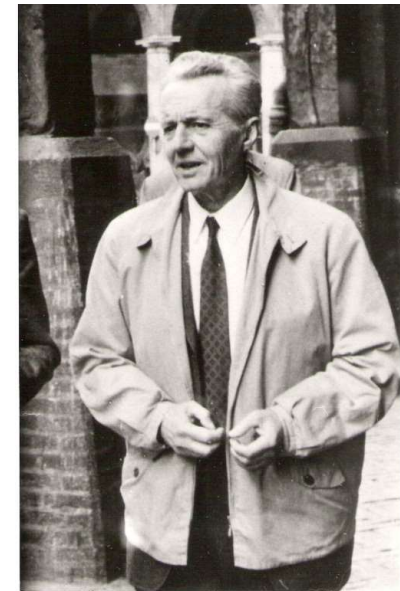
# Na WOII: Decroly “par la vie, pour la vie”



Ovide Decroly (1871-1932)



L'École Decroly: sfeerbeeld

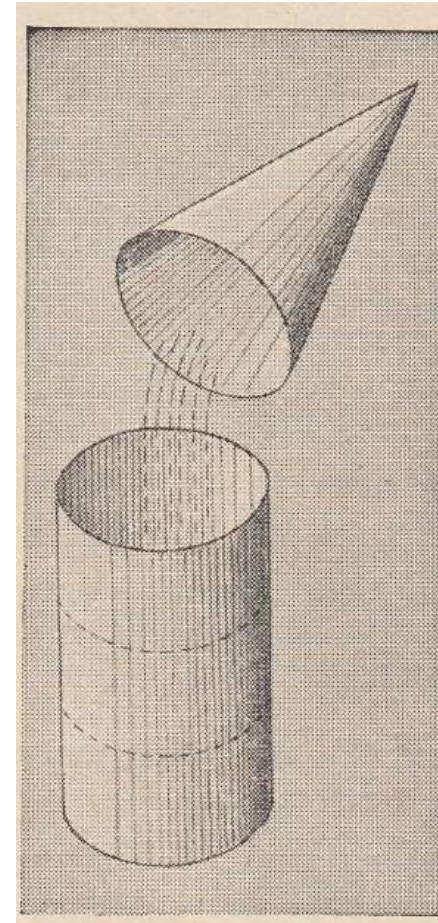
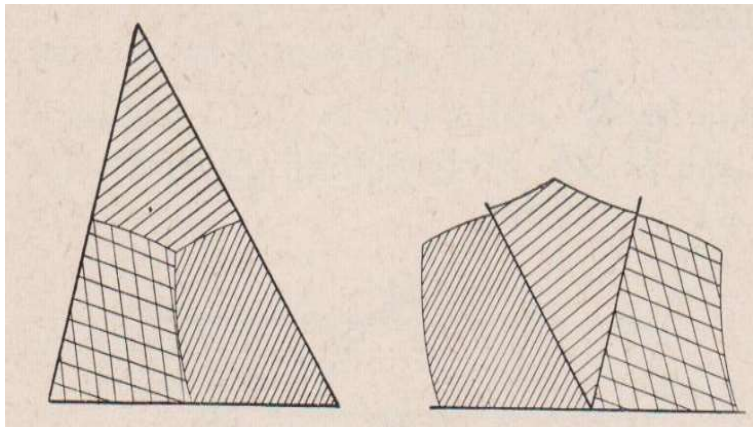


Paul Libois (1901-1991)



# Intuïtieve meetkunde...

Niets gaat het verstand binnen tenzij langs de weg van de zintuigen...



# 1952: geboorte van MW in Europa, verondersteld verband tussen wiskundige en mentale structuren

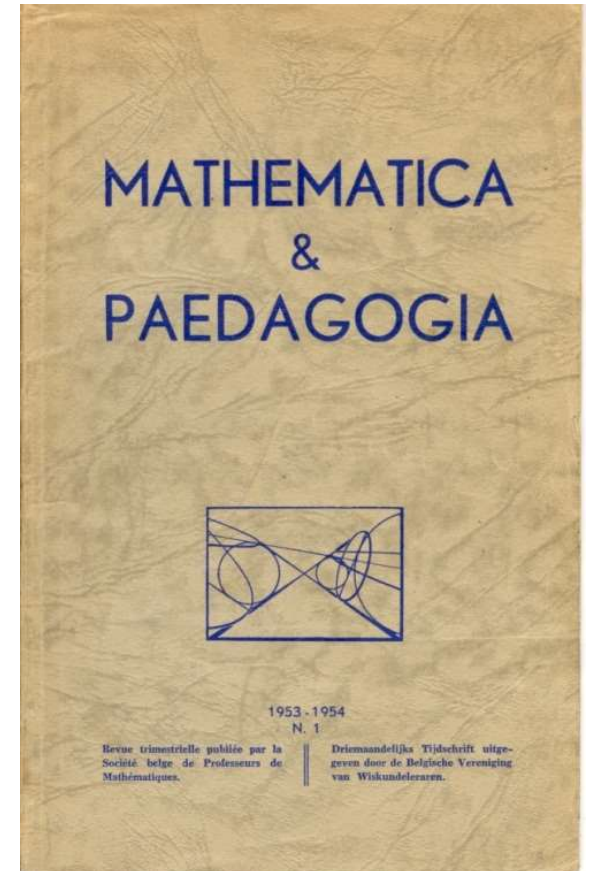
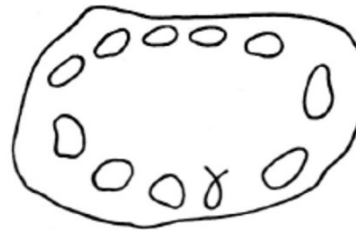
- CIEAEM, ontmoeting van de “Bourbakisten” (“moederstructuren”) met Piaget
- De psychologische ontwikkeling van de spontane rekenkundige en meetkundige operaties bij jonge kinderen corresponderen met deze van de algebraïsche structuren, ordestructuren en topologische structuren (Piaget, 1955)
- Indien het gebouw van de wiskunde rust op “structuren”, die bovendien corresponderen met de structuren van de intelligentie, dan moet men daarop de didactiek van de wiskunde baseren (Piaget, 1955)
- Dus: wiskundeonderwijs ontwikkelen via de structuren van de moderne wiskunde
- **Een model voor de wetenschap wiskunde werd een model voor wiskundeonderwijs**

# Belgen gaan hiermee aan de slag!

1953: *Société belge de Professeurs de Mathématiques/Belgische Vereniging van Wiskundeleraren* (Servais, Jeronnez, Delmotte)

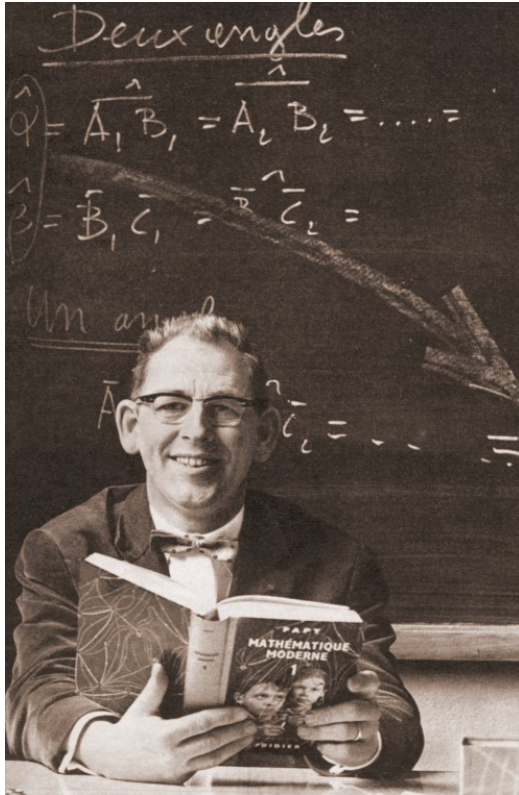
1958: *Leerplan Lenger-Servais*

1958-59: *Eerste «experimenten» met moderne wiskunde in Arlon en in Luik (Lenger-Lepropre)*





# Papy verschijnt ten tonele (1959)



Georges Papy (1920-2011)

- 1959-61 Experimenten in normaalschool voor kleuterleidsters
- 1961 Belgisch Centrum voor Methodiek van de Wiskunde (BCMw)
- Mei 1961 Nieuw experimenteel programma
- 1961 “Experimenten” vanaf 1<sup>ste</sup> jaar SO
- 1964 Eerste deel *Mathématique Moderne*
- 1959-1968 *Journées d’Arlon*
- 1968 Verplichte/algemene invoering moderne wiskunde in het (algemeen) secundair onderwijs; technisch onderwijs volgt in 1969
- 1967: Experiment Frédérique

# Papy's ideeën: Bourbaki inspiratie

« *De Elementen van EUCLIDES zijn het betoog van de basiswiskunde van zijn tijd, ongeveer 300 jaar voor J.C.*

*Het monumentaal werk van Nicolas BOURBAKI, brengt ons, op het hoogste vlak, de basiswiskunde van vandaag.*

*De [MW]'s willen de hedendaagse basiswiskunde uiteenzetten, voor adolescenten ... en personen van welke leeftijd en vorming ook, die zich willen inwijden in de wiskunde van onze tijd. »*

Uit "Euclides nu" (Papy, 1972)



# Zo vroeg mogelijk starten...

*« Le professeur Papy a enseigné les ensembles à des élèves de huit à vingt-cinq ans, et c'est avec ceux de vingt-cinq ans qu'il a eu le plus de peine. Les étudiants ont l'esprit faussé par les mauvaises habitudes de l'enseignement traditionnel des mathématiques... Il n'en est pas de même pour les enfants de huit ou dix ans; et les meilleurs résultats ont été obtenus avec quelques élèves de quinze ans si nuls en mathématiques qu'ils n'avaient pu être influencés par les cours antérieurs. »*

UNESCO-meeting Budapest (1962)

# Papy en “rekendril”

*“[Een gerenommeerd instituut] beval*

*KINDERDRESSUUR (SIC modulo vertaling!)*

*aan voor een aftrekalgoritme.*

*Deze methode draagt er zeker toe bij kinderen op te voeden tot eerbiedwaardige burgers, gedisciplineerde soldaten, gehoorzame bedienden die de bevelen van de heersende machten nauwgezet, plichtsgetrouw en doeltreffend uitvoeren.*

*Wij stellen een **diametraal tegengestelde visie** op het onderwijs voorop [...], een methode die gericht is op de ontwikkeling van de persoonlijke creatieve vrijheid.*

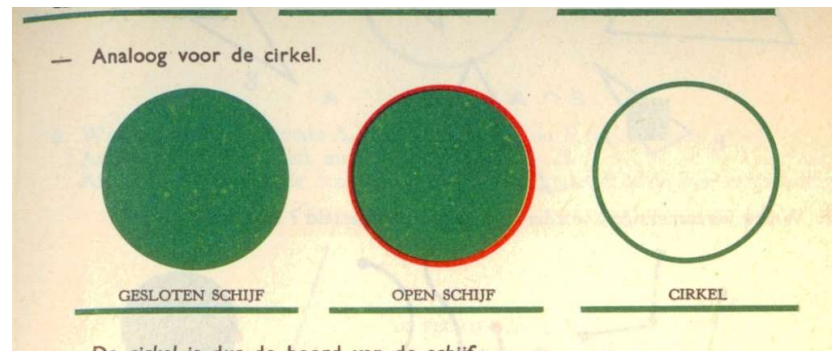
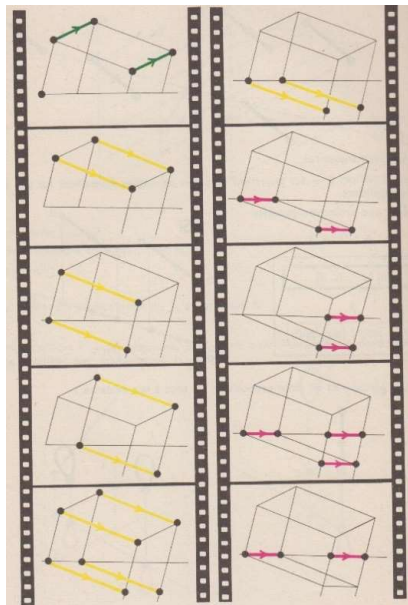
# Papy en “toepassingen”

- Moderne wiskunde is bruikbaar, nuttig en toepasbaar
- Maakt dit niet echt concreet
- Reële toepassingen behandelen heeft weinig zin
- Hilton: illustraties versus toepassingen
- Nadruk op mathematiseren
- Alleen in MM5 staan enkele « toepassingen »



# Inhoud én methodiek updaten

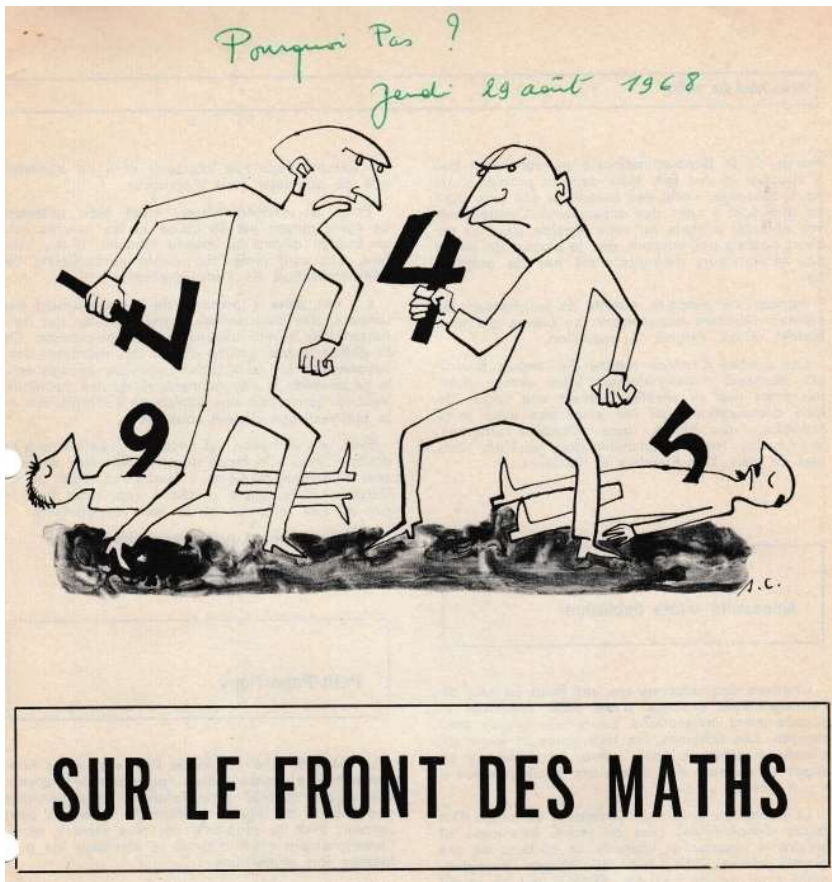
Nieuwe taal, nieuwe symbolen, nieuwe didactische tools (gebruik van kleuren, Venn-diagrammen, pijlvoorstellingen, tekeningen, bewijs met filmstrips, rood/groen kleurenconventie, ...)



# Het “politieke” verhaal

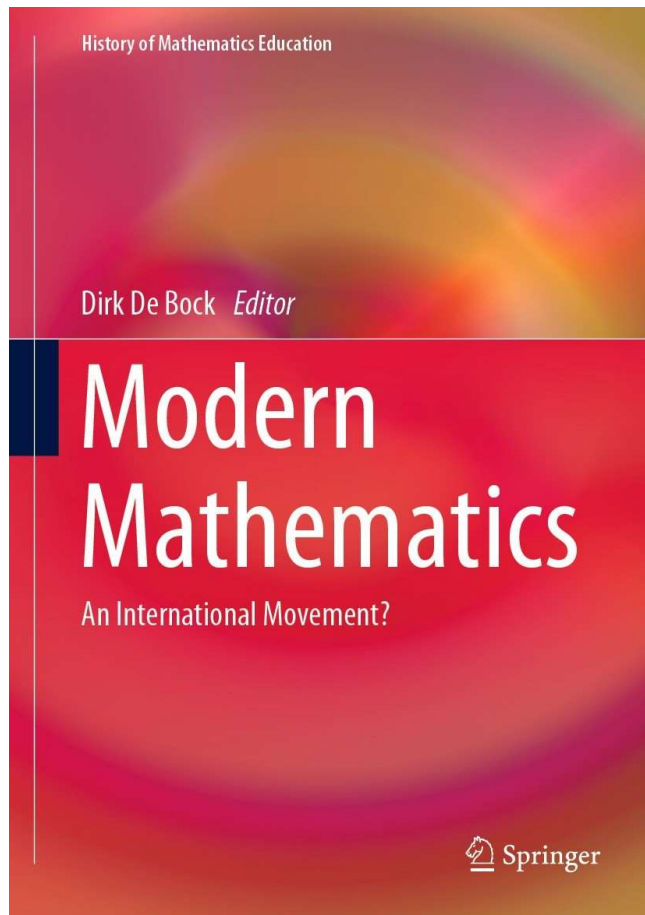
- 1962: Victor Larock beveelt leraren aan om deel te nemen aan de *Journées d'Arlon* om hun kennis van de moderne wiskunde te verruimen
- 1964: Lofrede van Henri Janne (“politieke vriend van Papy”) aan het adres van Papy, de “apostel” van de moderne wiskunde
- Janne beslist ook dat de experimentele leerplannen optioneel mogen gebruikt worden
- 1965: Janne kondigt aan dat de Moderne wiskunde vanaf 1 september 1968 zal veralgemeend worden in het secundair onderwijs
- Eind 1966: Frans Grootjans: “Moderne wiskunde misschien niet in onderwijs”
- 1967: Oprichting Universitaire Commissie en Commissie Secundair Onderwijs
- April 1968: het gaat toch door!
- 1968: MW in ASO, 1969: MW in TSO
- Sommige ASO-scholen (in Franstalig België) kregen een jaar uitstel...

# “La guerre des maths” (1968-69)



- Vooral in Franstalige pers
- Massabijeenkomsten
- Ouders gemobiliseerd (“onze kinderen worden als proefkonijnen geslachtofferd aan de Papy’isten”)
- MATEC (Becquet), Derwidué, ...
- Weinig verheffend schouwspel van wederzijdse verwijten waar de pers gretig van smulde...

# Heroriëntatie naar internationale beweging



*Hardnekkige misvatting:*

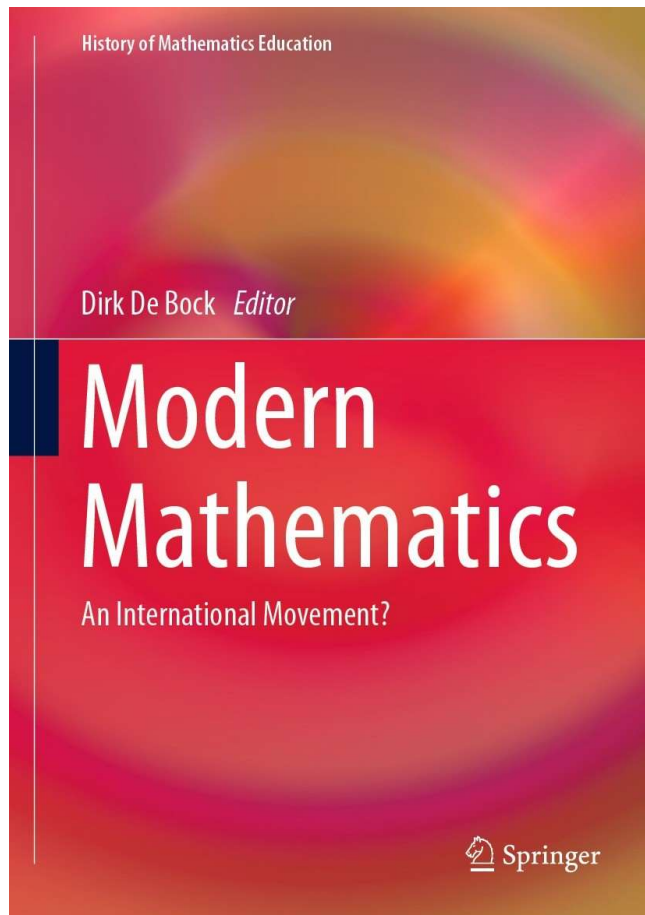
Moderne wiskunde (**New Math**) is ontstaan in de VS en heeft in 1959 (Royaumont...) de Oceaan overgestoken

*Correct:*

- Ook in de VS waren er min of meer parallelle hervormingsdebatten en -initiatieven in de jaren vijftig.
- Die kwamen in stroomversnelling in 1958 (“Sputnik shock”)
- In Royaumont hebben hervormers van beide continenten elkaar ontmoet (om daarna opnieuw min of meer onafhankelijk van elkaar te evolueren...)



# Heroriëntatie naar internationale beweging



## *Structuur van het boek:*

- Wortels New Math in VS in vroege jaren vijftig
- Wortels moderne wiskunde in continentaal Europa in vroege jaren vijftig
- Beide bewegingen “ontmoeten” elkaar
- 20 accounts over de beweging in landen/regio’s (Frankrijk, Duitsland, UK, Italië, Portugal, België, Nederland, de Scandinavische landen, Polen, Hongarije, ex-Joegoslavië, de Sovjet Unie, USA, Canada, Centraal-Amerika, Brazilië, Australië, Hong Kong, Marokko, en Ghana)
- Een conclusie: Er bestaat niet zoiets als DE moderne wiskunde/New Math (vraagteken in ondertitel)
- Epiloog



# De wiskundige film: dynamische meetkunde in het naoorlogse tijdperk

Wendy Goemans en Dirk De Bock

DOE dubbel seminarie 20 november 2023



# Inleiding

- 2021: Mijn eerste stappen in de geschiedenis van wiskundeonderwijs
  - Op sleeptouw genomen door Dirk De Bock
  - 2022: Kennismaking met internationale collega's
- Omwille van mijn achtergrond in differentiaalmeetkunde:
  - Vergelijking van axiomasystemen voorgesteld door Choquet en Dieudonné
  - Relaties tussen de voorstellen voor meetkundeonderwijs door Artin, Choquet, Dieudonné en Papy
- In dit deel van het seminarie: Focus op een specifieke studie, wiskundige films

# Inleiding

- Toenemende interesse in didactisch materiaal (binnen CIEAEM) in de jaren 50
  - Voorbeelden zijn de Cuisenaire staafjes, kartonnen modellen, Meccano constructies, en elektrische circuits
- Wiskundige films verschijnen vanaf de late jaren 30
  - Geproduceerd door leerkrachten wiskunde en ingenieurs in het VK, de VS, Frankrijk en Zwitserland
  - Films over differentiaalvergelijkingen door Fairthorne en Salt in 1936–1937 in het VK, films met inhoud zoals voorgesteld in schoolboeken door Cantegrel, Jacquemard en Motard in Frankrijk
  - Jean Louis Nicolet (1903-1968), Zwitser, leerkracht wiskunde
  - Trevor Fletcher (1922-2018), Brit, docent wiskunde

# Nicolet en Fletcher

- Welke visie hadden ze?
- Welke principes volgden ze?
- Welke doelen beoogden ze?
- Hoe werden hun films ontvangen door hun tijdsgenoten?
  - Wat was Caleb Gattegno's rol hierin?
- Wat rest er vandaag nog van hun ideeën?

# Onderzoeksmethoden

- Studie van geschreven bronnen van Nicolet en Fletcher
- Bespreking van films gemaakt door Nicolet en Fletcher
- Studie van door tijdsgenoten geschreven bronnen
- Link met recente literatuur en recent onderzoek



# Nicolet's visie

- Waarom maakte Nicolet films?
  - “*Parce qu'on voit la vérité*” (Gattegno & Fletcher, 1968, p. 17)
- Intuïtie komt voor logica en bewijs, en deze zijn onafscheidelijk
  - “Intuition convinces, but doesn't prove. Logic proves, but does not convince” (Nicolet in Gattegno et al., 1958, p. 72)
- De samenwerking tussen intuïtie en logica is het sterkst in meetkunde
- Een wiskundige film is een manier om beelden die variaties van een stelling of eigenschap zijn, op te roepen, maar is geen beschrijving van een wiskundig bewijs
  - Veel leerlingen moeten zo veel van hun aandacht aan het correct lezen van een stelling wijden, dat er niet veel meer over is om de bijbehorende beelden op te roepen

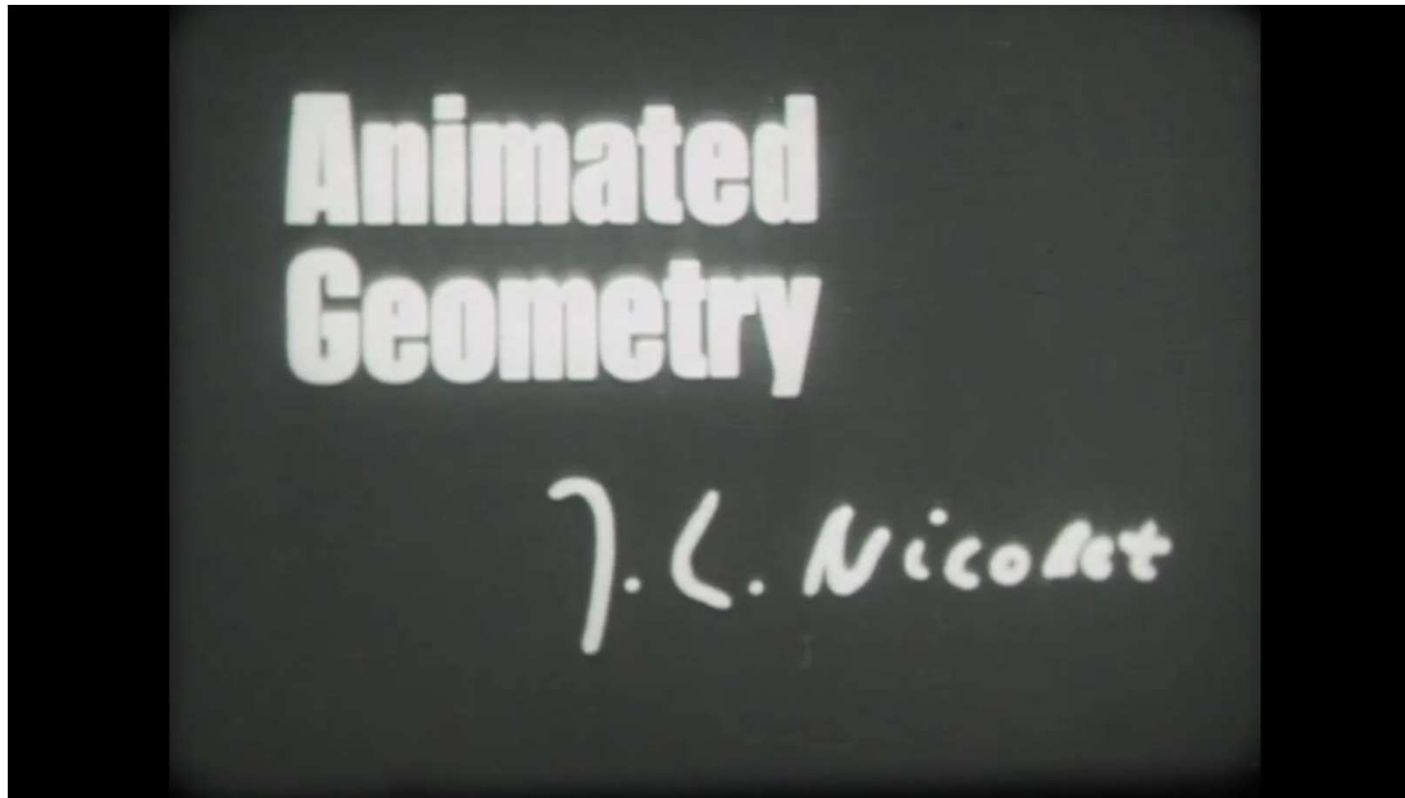
# Fletcher's visie

- Hij was ambitieus over het potentieel van wiskunde films
  - “It is not only a matter of producing films that illustrate the mathematics as it is taught today. By making films, we will create new mathematics, and if the films are of a sufficient quality, they will change the mathematics that will be taught in the future.” (Fletcher, 1954–1955, p. 29)
- Hij schrijft dat men film niet moet onderschatten, het is volgens hem het belangrijkste visuele hulpmiddel dat geïntroduceerd is in het wiskundeonderwijs sinds de introductie van het bord

# Nicolet's wiskundige films

- 22 films
- Elementaire en meer gevorderde onderwerpen
- Korte films (doorgaans 5 minuten of minder)
- Hand-geanimeerde films
- Beschikbaar op DVD (Nicolet, 2007)

# Voorbeeld van een film door Nicolet



# Fletcher's films: "nieuwe" wiskunde creëren

- Gevorderde moeilijkheidsgraad van de onderwerpen
- Gesofisticeerde behandeling/hogere complexiteit
- Doelpubliek zijn universiteitsstudenten op bachelor niveau
- Langere films (ongeveer 9 minuten)
- Drie films zijn online beschikbaar (YouTube ATM kanaal)
  - <https://www.youtube.com/watch?v=OX12aOh9brw>
  - <https://www.youtube.com/watch?v=uKCCEk8tsQY>
  - <https://www.youtube.com/watch?v=JEf2Ax4EcL4>

# Voorbeeld van een film door Fletcher





# Nicolet's en Fletcher's principes

- Stomme films
- Geen tekst, geen letters, geen getallen, geen symbolen
  - “an additional silence” (Gattegno, 2007, p. 43)
- Dit maakt de films universeel bruikbaar, los van taal of voorkeur van de leerkracht voor specifieke notatie
  - “Not a word has been read, nothing has been heard; there is nothing but the vision of the moving and living figures” Nicolet in Gattegno et al. (1958, p. 77)
  - Volgens Fletcher (1954–1955) zijn woorden niet nodig in een wiskundige film, de tekeningen moeten voor zichzelf spreken

# Technische eigenschappen van wiskundige films

- De zwarte achtergrond is goed voor projectie, de witte lijnen van de tekeningen trekken de aandacht in een verduisterd lokaal en leerlingen zijn gewoon aan een donker bord waar met krijt op geschreven wordt (Motard in Gattegno et al. (1958))
- De productie van wiskundige films is duur omwille van de grote hoeveelheid benodigde werk (Motard in Gattegno et al. (1958))
- Een wiskundige film maken is veeleisender dan bijvoorbeeld een film over geschiedenis of aardrijkskunde omdat de wiskundige tekeningen een speciaal type animaties vereisen (Fletcher (1954-1955))

# Nicolet's films gezien door tijdsgenoten

- Fletcher (1954-1955) bewonderde Nicolet's films omdat deze wiskunde ideeën tonen en de verbeelding toelaten deze verder te wijzigen
- Een beknopte discussie van de wiskundige inhoud van de 22 films van Nicolet, inclusief tekeningen en suggesties hoe de films te gebruiken in de klas, verscheen in Leujes en Vredenduin (1959-1960) in *Euclides*, een Nederlands tijdschrift voor wiskundeleerkrachten
- Leujes en Vredenduin (1959-1960) benadrukken het ontbreken van audio, tekst en symbolen in de films, wat de individuele wiskundeleerkracht vrij toelaat te beslissen hoe de films te gebruiken

---

# Caleb Gattegno



- 1911 (Alexandria, Egypte) - 1988 (Parijs, Frankrijk)
- Wiskundige en psycholoog
- Oprichter (1952) CIEAEM (International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching)
- Zakenman: Cuisenaire staafjes
- Bron foto's:  
<https://islped2013.wordpress.com/2013/05/31/class-16-the-silent-way/>

# Gattegno's rol in de promotie van Nicolet's films

- Gattegno ontdekte Nicolet's films op een vertoning in Lausanne (1947 of 1948) en was meteen zeer enthousiast
- Hij beschouwde Nicolet's films als krachtige pedagogische hulpmiddelen
- Hij stelde voor om Nicolet's films internationaal te promoten, gelijkaardig aan wat hij deed voor de Cuisenaire staafjes
- Ondanks Gattegno's inspanningen evenaarden Nicolet's films nooit het internationale succes van de Cuisenaire staafjes, mogelijk omdat vanaf eind jaren 50 de hervormers van het wiskundeonderwijs voornamelijk programma's met "moderne wiskunde" ontwikkelden, hierin was geen of weinig plaats voor klassieke Euclidische meetkunde, wat de inspiratie was voor Nicolet's films

# Gattegno's didactisch concept met Nicolet's films

Gattegno (Gattegno et al. 1958) beschrijft hoe hij Nicolet's films gebruikt

- Soms toont hij verschillende keren achter elkaar dezelfde film zonder uitleg te geven of vragen te stellen, dat komt pas na afloop
- Soms stelt hij van bij de start van de vertoning vragen
- Soms start hij met een inleidende les en wordt de film pas later getoond
- Uiteindelijk moet er steeds overgegaan worden van de beelden naar getallen (bijvoorbeeld de straal van de cirkel) en naar een constructie met passer en liniaal of naar een veralgemening van de eigenschap die getoond werd in de film



# Fletcher's films gezien door tijdsgenoten

- We vonden geen enkele bespreking van Fletcher's films door andere auteurs, noch sporen van gebruik van deze films
- Leo Rogers, een bachelor student van Fletcher eind jaren 50, herinnerde zich levendig een vertoning van Fletcher's film "the cardioid" bijna vijftig jaar eerder
  - A way of working where the visual experience brought the algebra off the page and into life in the most unexpected ways. Repeating a showing enabled us to see new and unexpected things each time and to realize how powerful the film medium was, not only for displaying geometrical objects and loci, but also for following the development of an idea – a kind of visual "What would happen if?" (Rogers, 2008, p. 43)
- Fletcher (in Gattegno et al. 1958) bespreekt zijn film "the Simpson line" kritisch en legt uit hoe hij het geleerde toepaste in zijn film "the cardioid"
  - De laatste scene in "the Simpson line" is zeer ingewikkeld en bevat te veel informatie die ook voor Fletcher ongekend was voor hij de film maakte en die hij nooit zou ontdekken hebben, had hij de film niet gemaakt

# Nicolet's films als een bron van inspiratie

- Markle (2022) gebruikt Nicolet's films over de constructie van de kegelsneden in een experiment over hoe studenten hun handen gebruiken bij ruimtelijk redeneren en visualiseren in een wiskundeles
- Sinclair (2016) toonde in een experiment een remake van Gattegno van een film van Nicolet aan studenten in de lerarenopleiding en actieve leerkrachten
- Een stomme video in een experiment met leerlingen, uitgevoerd door Kristinsdóttir (2021) is gebaseerd op Nicolet's films
- Noël en Midavaine (2011) bespreken de toegevoegde waarde van Nicolet's films in hedendaags onderwijs, ze suggereren hoe de films te gebruiken in *Losanges*, een Belgisch tijdschrift voor wiskundeleerkrachten

# Conclusies en verder onderzoek

- Nicolet en Fletcher hadden zeer gelijkaardige visies op wiskunde films, over hoe deze dienden gemaakt en gebruikt te worden
- Curriculum hervormingen en nieuwe technologieën maakten Nicolet's films achterhaald, en toch spelen ze nog een (zeer) bescheiden rol in onderzoek naar wiskundeonderwijs
- Omwille van de hogere complexiteit en het oudere doelpubliek werden Fletcher's films niet besproken door zijn tijdsgenoten, verder zijn er ook geen verwijzingen naar te vinden in recent onderzoek
- Verder onderzoek en experimenten met animaties in de geest van Nicolet en Fletcher, niet enkel om wiskunde te illustreren, maar ook om leerlingen te activeren, kan potentieel interessant zijn voor onderzoekers in didactiek

# Toekomstplannen

- Grondige vergelijkende analyse van de moderne wiskunde/New Math in Europa en de VS
- Naar een trilogie? Topics in mathematics education in 1950-2000 through the lens of CIEAEM
- Rol van de Belgen binnen ICMI (1908-)
- Rol van psychologen/pedagogen in de New Math
- Rol van tijdschriften voor jongeren

# Toekomstplannen

- Het getalbegrip in Papy's reeks *Mathématique Moderne*
- Het gebruik van verschillende getallensystemen in de moderne wiskunde
- Papy's minicomputer en Lenger's experimenten ermee
- Internationaal samenwerkingsproject: *Opening up histories to spread the fire further: mathematics, the Olympian movement, and international mathematics community*
  - Sporen van de moderne wiskunde in de Internationale Wiskunde Olympiade

# Bibliografie

- Bourbaki, N. (1950). The architecture of mathematics. *American Mathematical Monthly*, 57, 221–232.
- De Bock, D. (Ed.). (2023). *Modern mathematics. An international movement?* Cham, Switzerland: Springer.
- De Bock, D., & Vanpaemel, G. (2019). *Rods, sets and arrows. The rise and fall of modern mathematics in Belgium.* Cham, Switzerland: Springer.
- Hayden, R. W. (1981). *A history of the “new math” movement in the United States* (Unpublished doctoral dissertation). Iowa State University, Ames, Iowa.
- Kilpatrick, J. (2012). The new math as an international phenomenon. *ZDM Mathematics Education*, 44(4), 563–571.
- Moon, B. (1986). *The “New Maths” curriculum controversy: An international story.* Barcombe, United Kingdom: Falmer Press.
- Phillips, C. J. (2015). *The New Math: A political history.* Chicago, IL: University of Chicago.
- Piaget, J. (1955). Les structures mathématiques et les structures opératoires de l’intelligence. In J. Piaget, E. W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet, & C. Gattegno, *L’enseignement des mathématiques* (pp. 11–33). Neuchâtel, Switzerland: Delachaux et Niestlé.



# Gezamenlijke publicaties

- De Bock, D., & Goemans, W. (2023). On the role of psychologists in the international New Math movement. Accepted for publication in: Proceedings of the 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13). Presented at the 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13), Budapest, 10 July 2023-14 July 2023.
- Goemans, W., & De Bock, D. (2023). Debates on axiom systems for school geometry during the 1960s: Relating the proposals by Artin, Choquet, Dieudonné and Papy. In: Bjarnadóttir, K., Furinghetti, F., Karp, A., Prytz, J., Schubring, G., Weiss, Y., & Zender, J. (Eds.). "Dig where you stand" 7. (pp. 99-113) Proceedings of the seventh International Conference on the History of Mathematics Education. Münster: WTM-Verlag.
- Goemans, W., & De Bock, D. (2022). The "best" axiom system for teaching geometry to secondary school students: A source of controversy in the early 1960s. In: Proceedings of the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12). (pp. 2050-2058). Presented at the Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12), online, 02 Feb 2022-05 Feb 2022. ISBN: 9791221025378.
- Goemans, W., & De Bock, D. (2023). The mathematical film: Dynamic geometry in the post-War era. Accepted for publication in: Proceedings of the 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13). Presented at the 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13), Budapest, 10 July 2023-14 July 2023.

Dank jullie voor jullie aandacht  
Vragen?