

H. Haitjema

Het schatten van onzekerheden bij (geometrische) metingen

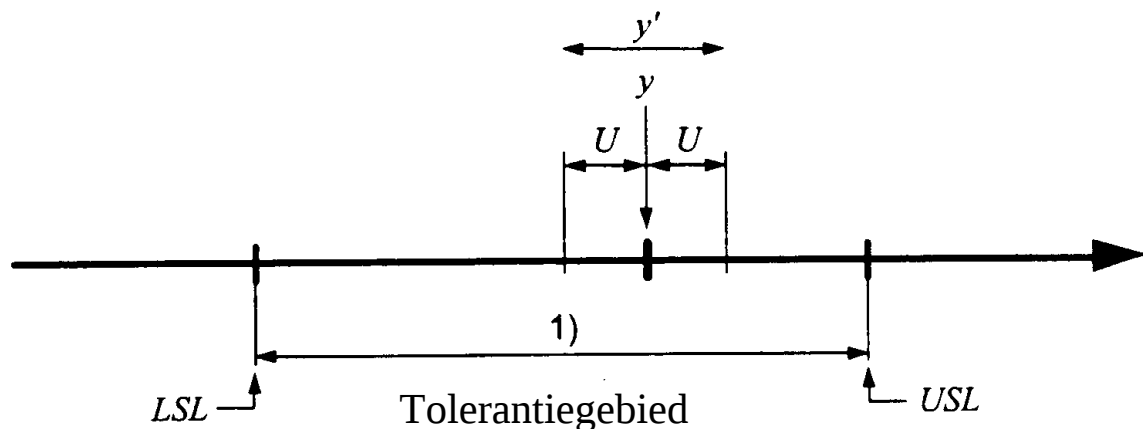
Inleiding

Het berekenen van onzekerheden werd lange tijd beschouwd als een hobby van enkele specialisten van nationale standaardlaboratoria. Sinds het verschijnen van erkende laboratoria en het opkomen van 'kwaliteits'-denken is het ook in kalibratie-laboratoria een wezenlijk onderdeel van het verkrijgen van een erkenning en van de dagelijkse werkzaamheden. Bij het goed-of afkeuren van meetmiddelen en bij het toetsen van maten, zoals die bijvoorbeeld op een werktekening staan, is uiteraard ook de meetonzekerheid van belang. Lange tijd was dit nogal impliciet en werd er weinig acht op geslagen. De nieuwe norm ISO 14253-1 geeft echter eenduidig aan dat bij goed- of afkeur van werkstukken er rekening moet worden gehouden met de meetonzekerheid. In dit artikel zal gepoogd worden duidelijk te maken dat dit niet onnodig ingewikkeld behoeft te zijn.

ISO 14253

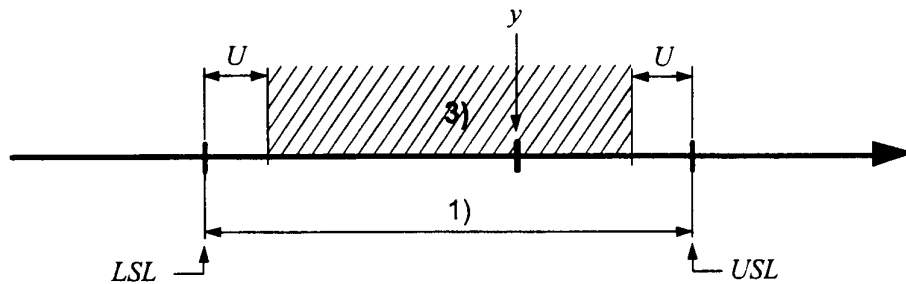
In ISO 14253-1 wordt vastgelegd dat bij goed- of afkeur van producten rekening moet worden gehouden met de meetonzekerheid.

In figuur 1 is aangegeven hoe een meetwaarde y (gedacht kan worden aan een diameter van een werkstuk), binnen de specificatiezone valt die wordt aangegeven door een ondergrens LSL ('lower specification limit') en een bovengrens van USL ('upper specification limit'). Een meetresultaat y bevat echter altijd een onzekerheid U . Bij een volledige vermelding van een meetresultaat moet deze worden aangegeven. Hiermee wordt het volledige meetresultaat aangegeven als het interval y' .



Met de eis dat de meetwaarde, inclusief onzekerheid, binnen het tolerantiegebied moet vallen wordt het tolerantiegebied dus in feite verkleind. Dit is weergegeven in figuur 2. Analogo kunnen de eisen voor 'afkeuren' worden weergegeven. Altijd blijft er een gebied van 'twijfel' over ($\pm U$ van de tolerantiegrenzen) over.

Het is dus noodzakelijk dat men, naast een meetwaarde y , kennis heeft van de waarde van de onzekerheid U ; daarnaast is het evident dat een kleine onzekerheid voorkomt dat men 'weet niet' moet antwoorden op de vraag of het produkt al dan niet aan de eisen voldoet.



Status van onzekerheidsberekening

Zoals gezegd worden in NKO-erkende kalibratielaboratoria onzekerheidsberekeningen uitgevoerd volgens min of meer vastliggende richtlijnen. Sinds 1981 wordt er gepoogd hierin internationaal overeenstemming te bereiken, hetgeen in 1993 heeft geresulteerd in de zogeheten 'Guide for the expression of uncertainties in measurement' [1]. Hiervan zijn een aantal vereenvoudigde documenten afgeleid waarin wordt gepoogd de zaken toepasbaar te maken voor de dagelijkse praktijk in een meetkamer.

Omdat het uitvoeren van een onzekerheidsberekening voor NKO-erkende kalibratielaboratoria verplicht is, is de methode daar overal ingevoerd en geharmoniseerd. Dit geldt ook voor laboratoria in andere landen die onder een andere erkennings-organisatie vallen: DKD in Duitsland, UKAS in Groot-Brittannië etc. In Europa vallen deze organisaties onder de EA ('European Accreditation'), wereldwijd is er ook reeds een vergaande harmonisatie. Ook in nationale standaardlaboratoria worden onzekerheden op een geharmoniseerde wijze vastgesteld, al ontbreekt hier vaak een onafhankelijke erkenning. Het betreft hier echter nog 'maar' de kalibratie van meetmiddelen en referentie-standaarden.

Voor een eenvoudige maat op een werkstuk is een onzekerheidsberekening nog wel te maken. Anders wordt het wanneer gecompliceerde werkstukken worden gemeten, bijvoorbeeld op een coördinatenmeetmachine. Ook wanneer de meetmachine is 'gekalibreerd' wil dat nog niet zeggen dat de onzekerheid in, bijvoorbeeld de positie van een as ten opzichte van een referentievlak, eenvoudig kan worden vastgesteld. Om deze reden is een rigoreuze invoering van ISO 14253 vooralsnog onmogelijk. Toch zullen meetkamers in de toekomst worden geconfronteerd met de eis van het opgeven van een onzekerheid in een gemeten maat.

Documenten betreffende onzekerheidsberekening

De basis vormt de 'Guide to the expression of uncertainty in measurement', voor het laatst uitgegeven bij de ISO in 1995 (ISBN 92-67-10188-9). Dit geeft de basis voor de liefhebber, in doorwrochte wiskundige termen.

Hiervan afgeleid zijn een aantal documenten die beoogen de zaak te vereenvoudigen. Voor de geometrische meettechniek zijn hier van belang:

ISO 14253-2 'Guide to the estimation of uncertainty in GPS measurement, in calibration of measuring equipment and in product verification'.

en van de EA het document

EA-04/02 (voorheen bekend als EAL-R2): 'Expression of the uncertainty of Measurement in Calibration'. Het voordeel van EA-documenten is dat ze van het internet te downloaden zijn via <http://www.european-accreditation.org/> onder 'documents'. Interessant is ook de serie EA-10 waarbij zowel de meetmethode als de onzekerheidsberekening van een aantal geometrische metingen zijn beschreven.

Daarnaast is er nog een 'nationale trots': de NPR 2813:1987, uitgegeven bij het NNI: 'Meetonzekerheid van lengtemetingen - Termen, definities en richtlijnen'. Deze geeft op hoofdlijnen de juiste methode en is in die zin nog steeds bruikbaar.

Problemen en non-problemen

Rond het berekenen van onzekerheden doen vele verhalen de ronde die mensen kopschuw kunnen maken. Hieronder een aantal misverstanden op een rij:

Probleem is niet:

- * het ontbreken van een gemeenschappelijk aanvaarde methode (die is er namelijk wel)
- * het kunnen berekenen van partiële afgeleiden (dat hoeft helemaal niet)
- * dat een onzekerheidsberekening 'juist' zou kunnen/moeten zijn (het gaat om een schatting).
- * of een onzekerheidsverdeling rechthoekig of Gaussisch zou zijn (om dat vast te stellen zijn meer dan 200 metingen nodig).
- * wat het effectief aantal vrijheidsgraden is of dat men weet wat daarmee wordt bedoeld (ook bij specialisten komt dit begrip vaak uit een hoge hoed).

Daarentegen zijn een aantal zaken wel degelijk belangrijk:

- * een berekening moet overeenkomstig zijn met wat een meettechnicus uit ervaring allang weet (een berekening komt vaak erg laag uit)
- * alle invloedsfactoren moeten worden onderkend
- * mogelijke correlatie tussen 'onbekend systematische' afwijkingen moet worden onderkend
- * de invloed van vormafwijkingen of eindige stijfheid van het te meten object moet worden geschat
- * voor documentatie die als 'aantoonbaar herleidbaar' kan gelden is toch wel wiskundige kennis vereist.

De algemene procedure

1. De systeemformule wordt opgesteld: deze geeft weer hoe meetwaarden zich vertalen in de grootheid (bv de maat, een diameter, een rondheidsafwijking) die moet worden gemeten.
2. Aan alle bekende en onbekende invloedsfactoren wordt een **standaardafwijking** toegekend. Deze standaardafwijking wordt **standaardonzekerheid** genoemd. Deze invloedsfactoren kunnen bijvoorbeeld zijn: kalibratie van het meetmiddel, temperatuur, indrukking van meetobject door meetkracht,
3. Met behulp van de systeemformule wordt van alle invloedsfactoren de invloed van de standaardonzekerheid op de meetwaarde berekend
4. **Alle** berekende standaardonzekerheden worden **kwadratisch** opgeteld.
5. Het totaal wordt met **2** vermenigvuldigd om op een betrouwbaarheidsniveau van ca 95% te komen

Bij elk van deze 5 stappen geven we hieronder enkele voorbeelden

1. Systeemformule

voorbeeld a. Een buitendiameter M wordt gemeten met een schuifmaat dat is ook de maat D die wordt gevraagd:

$$\text{systeemformule: } D = M$$

voorbeeld b. Een buitendiameter M wordt gemeten met een schuifmaat en hieruit wordt de omtrek O gemeten:

$$\text{systeemformule: } O = \pi \cdot M$$

voorbeeld c. De lengte L van een eindmaat wordt gemeten door het lengteverschil Δd ten opzichte van een standaard-eindmaat met lengte S te meten:

$$\text{systeemformule: } L = S + \Delta d$$

2. Toekennen standaardafwijking/standaardonzekerheid

De standaardonzekerheid wordt met het symbool u weergegeven

Voorbeeld a. Een standaard-eindmaat met kalibratiecertificaat. Hierop is vermeld voor de maat L :

$$L = 50 \text{ mm} + 0,08 \text{ } \mu\text{m} \pm 0,06 \text{ } \mu\text{m} \text{ (op basis van } k, \text{ de dekkingsfactor: } k = 2).$$

Standaard-onzekerheid u wordt nu $u = 0,06 \mu\text{m}/2 = 0,03 \mu\text{m}$

Voorbeeld b. Van een standaard eindmaat is bekend dat deze voldoet aan ISO 3650 klasse 1

Voor de maat L geldt dus: $L = 50 \text{ mm} \pm 0,40 \mu\text{m}$ (tolerantiegrenzen)

In dit geval wordt de standaardonzekerheid verkregen door het halve tolerantie-interval te delen door de wortel van 3. Dit heeft te maken met de aanname van een rechthoekige onzekerheidsverdeling. Nu geldt $u = 0,40 \mu\text{m}/\sqrt{3} = 0,40 \mu\text{m}/1,7 = 0,23 \mu\text{m}$

Voorbeeld c. Een standaard eindmaat wordt **niet gecorrigeerd** voor een bekende afwijking van $0,08 \mu\text{m}$:

Omdat de standaardonzekerheid per definitie gelijk is aan de verwachtingswaarde van de afwijking geldt hier dat de standaardonzekerheid gelijk is aan de afwijking: $u = 0,08 \mu\text{m}$

3. Bereken de invloed van een standaardonzekerheid op een meetwaarde:

Voorbeeld a. Een standaardonzekerheid van $u = 0,05 \text{ mm}$ in de schuifmaat geeft $u = 0,05 \text{ mm}$ in de gemeten diameter

Voorbeeld b. Een standaardonzekerheid van $u = 0,05 \text{ mm}$ in de schuifmaat geeft $u = 0,16 \text{ mm}$ in de gemeten omtrek

Voorbeeld c. Bij de terugrekening van een maat naar $T = 20^\circ\text{C}$ geldt:

$$L_{20} = L(T) \cdot (1 - \alpha \cdot (T - 20^\circ\text{C})) \quad (\text{dit is de systeemformule !})$$

Hier is L_{20} de lengte bij 20°C , α de lineaire uitzettingscoëfficiënt

Bij een standaardonzekerheid van $0,1^\circ\text{C}$ in de temperatuur, dus $u(T) = 0,1^\circ\text{C}$, geeft dit in een eindmaat met $L = 50 \text{ mm}$ en $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6}/\text{K}$: $u(L) = \alpha \cdot L \cdot u(T) = 0,06 \mu\text{m}$

4. Kwadratisch optellen van alle onzekerheden.

Voorbeeld: de lengte van de 50 mm eindmaat in een omgeving van $(20,0 \pm 0,1)^\circ\text{C}$.

Bron van onzekerheid	Grootte van onzekerheid	Invloed op lengte
kalibratie van eindmaat	$0,03 \mu\text{m}$	$0,03 \mu\text{m}$
temperatuur	$0,1^\circ\text{C}$	$0,06 \mu\text{m}$
Totale onzekerheid in lengte	$\sqrt{0,03^2 + 0,06^2} \approx 0,07 \mu\text{m}$	

De achtergrond van het 'kwadratisch optellen' is de volgende: de bijdragen aan de onzekerheid kunnen elkaar zowel versterken als verzwakken. 'Gemiddeld' over alle mogelijke waarden die de afwijkingen kunnen hebben (zowel positief als negatief) zal er een afwijking ontstaan ter grootte van de 'kwadratische som'.

Het effect van het kwadratisch optellen is dat de grootste bijdragen het geheel domineren. In het bovenstaande voorbeeld domineert de temperatuurinvloed. Zelfs indien de eindmaat geheel zonder onzekerheid was gekalibreerd ($u = 0$) zou de onzekerheid in de lengte nog steeds $0,06 \mu\text{m}$ bedragen.

5. Vermenigvuldig het totaal met 2 om op een betrouwbaarheidsniveau van ca 95% te komen

Voorbeeld: in het geval van de eindmaat geldt:

$u = 0,07 \mu\text{m}$ ('totale standaardonzekerheid')

$U = 2 \times 0,07 \mu\text{m} = 0,14 \mu\text{m}$ ('onzekerheid op basis van $k = 2$ ')

Dus voor de eindmaatlengte L geldt:

$L = 50 \text{ mm} + 0,08 \mu\text{m} \pm 0,14 \mu\text{m}$

Een juiste toelichting op deze onzekerheid luidt volgens de NKO:

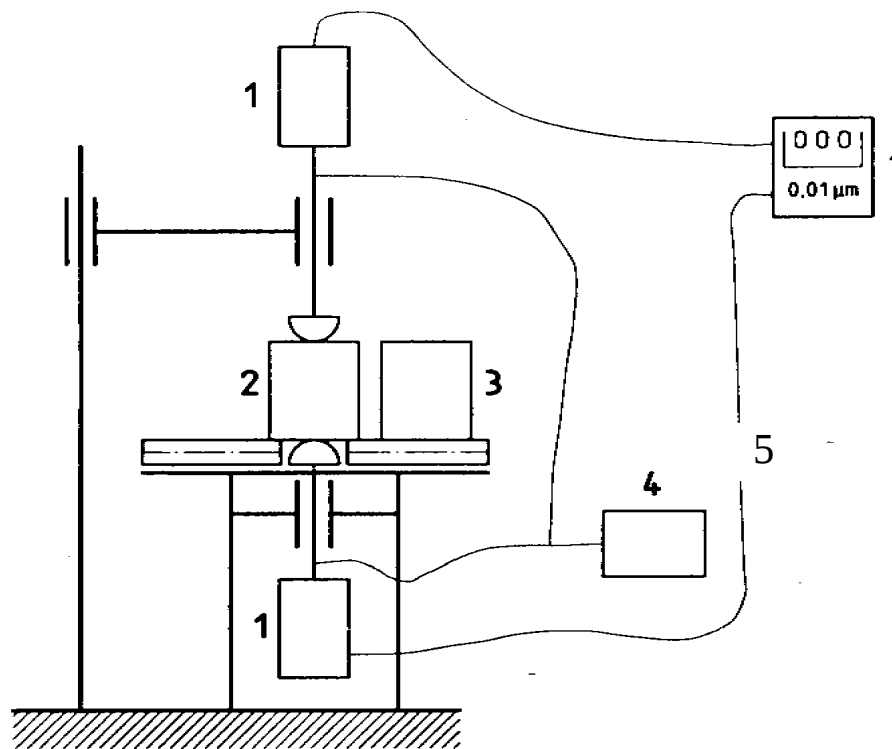
De gerapporteerde onzekerheid is gebaseerd op een standaardonzekerheid, vermenigvuldigd met een dekkingsfactor $k = 2$, welke overeenkomt met een betrouwbaarheidsinterval van ongeveer 95%.

Uitgewerkt voorbeeld van een berekening

Een meer realistisch voorbeeld wordt hieronder gegeven:

de kalibratie van een eindmaat door vergelijking met een referentie in een eindmaatcomparator.

De opstelling is heronder schematisch weergegeven. De opstelling bestaat uit een metalen frame met daarin twee inductieve opnemers (1). Na het lichten van de tasters met een tasterlichter (4) kunnen de referentie-eindmaat (2) en de te meten eindmaat (3) afzonderlijk worden gemeten.



- 1 : inductieve tasters
 2 : referentie-eindmaat $L = 50 \text{ mm} + 0,08 \text{ } \mu\text{m}$, $u = 0,03 \text{ } \mu\text{m}$
 3 : te meten eindmaat lengte L_R
 4 : tasterlichter
 5: display met resultaat verschilmeting ΔL
 $\Delta L = +0,03 \text{ } \mu\text{m}$, $u = 0,03 \text{ } \mu\text{m}$

temperatuurverschil tussen eindmaten: ΔT
 $\Delta T = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$, $u = 0,1 \text{ } ^\circ\text{C}$

Aannames:

- * uitzettingscoëfficiënten α gelijk ($\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6} / ^\circ\text{C}$)
- * tasterindrukking gelijk
- * eindmaten perfect vlak en parallel

De systeemformule wordt:

$$L = L_R + \Delta L + L_R \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Voor de meetwaarde L geldt $L = (50 \text{ mm} + 0,08 \text{ } \mu\text{m}) + 0,03 \text{ } \mu\text{m} + 0 \text{ } \mu\text{m} = 50 \text{ mm} + 0,11 \text{ } \mu\text{m}$.

De bijdragen aan de onzekerheid zijn de volgende:

- Kalibratie referentie-eindmaat: de standaard-onzekerheid u bedraagt $u = 0,03 \text{ } \mu\text{m}$. deze waarde wordt uit het kalibratie-certificaat gehaald.

- De meting van het lengteverschil: de standaardafwijking in 1 meting bedraagt $u = 0,04 \mu\text{m}$, dit is eerder bepaald uit herhaalde metingen.
- De onzekerheid in het temperatuurverschil: dit is een ruwe schatting $u = 0,1 \text{ }^\circ\text{C}$

Het onzekerheidsbudget volgens EAL-R2 (in wat vereenvoudigde vorm) wordt nu:

Invloedsfactor	standaard-onzekerheid	invloed op lengte L
kalibratie referentie-eindmaat	$0,03 \mu\text{m}$	$0,03 \mu\text{m}$
meting lengteverschil	$0,04 \mu\text{m}$	$0,04 \mu\text{m}$
temperatuurverschil	$0,1 \text{ }^\circ\text{C}$	$0,06 \mu\text{m}$
Totaal $u = \sqrt{0,03^2 + 0,04^2 + 0,06^2}$		$0,08 \mu\text{m}$

De onzekerheid U op basis van $k = 2$ bedraagt $U = 2 \cdot 0,08 \mu\text{m} = 0,16 \mu\text{m}$

en het meetresultaat wordt dan: $L = 50 \text{ mm} + (0,11 \pm 16) \mu\text{m}$

De praktijk van onzekerheidsberekening

In kalibratie-laboratoria is het volgende gebruikelijk:

- Een onzekerheidsberekening wordt gemaakt voor elk ‘typisch’ meetmiddel: bijvoorbeeld een eindmaat, schuifmaat, schroefmaat, of een ruwheidsstandaard
- Dit wordt toegepast op elk, zich redelijk gedragend, meetmiddel van dit type.

Het resultaat is een eenmalige berekening.

Bij produktmetingen kunnen zich echter een aantal problemen voordoen; bijvoorbeeld:

- De vormnauwkeurigheid is niet op voorhand bekend
- De oppervlakteruwheid is niet op voorhand bekend
- De tasterindrukking niet op voorhand bekend

Aanvullende problemen bij metingen met een coördinatenmeetmachine zijn nog :

- De doorwerking van geometrische afwijkingen van de meetmachine op een gemeten maat of op een gemeten vormafwijking is gecompliceerd

- De berekening van een onzekerheid is nog gecompliceerder
- Voor elk produkt en voor elke meetstrategie zal het onzekerheidsbudget verschillend zijn.

Nieuwste ontwikkeling: de virtuele meetmachine

Bij de sectie precision engineering van de TUE wordt gewerkt aan de ontwikkeling van software die per meting de onzekerheid berekent aan de hand van de uitgevoerde metingen en de kennis omtrent de mogelijke afwijkingenstructuur van dit meetmiddel.

Dit is het principe van de **virtuele meetmachine**.

Er wordt aan gewerkt om dit principe toe te passen op ruwheidsmetingen, rondheidsmetingen en op metingen met een coördinatenmeetmachine. Toepassing hiervan zal hoe dan ook zeer veel ingewikkelder blijven dan het opstellen van een eenvoudig onzekerheidsbudget voor een eenvoudig meetprobleem, zoals in dit artikel is geïllustreerd.