Ontwikkeling van voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse kinderen van vijf tot zeven jaar oud, in vergelijking met hun Nederlandse leeftijdsgenoten.

Joke Torbeyns, Bernadette A. M. Van de Rijt, Wim Van den Noortgate,
Johannes E. H. Van Luit, Pol Ghesquière & Lieven Verschaffel

Lezing gehouden op het Vlaams Forum voor Onderwijsonderzoek, Leuven, België

Correspondentie-adres: Joke Torbeyns, Aspirant van het Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek - Vlaanderen, K.U. Leuven, Afdeling Didactiek, Vesaliusstraat 2, B-3000 Leuven (+32 16/32.57.18), e-mail: joke.torbeyns@ped.kuleuven.ac.be

Ontwikkeling van voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse kinderen van vijf tot zeven jaar oud, in vergelijking met hun Nederlandse leeftijdsgenoten.

SAMENVATTING

In deze presentatie wordt verslag gedaan van een onderzoek naar de ontwikkeling van getalbegrip bij vijf- tot zevenjarigen in Vlaanderen en Nederland. Hierbij werd gebruik gemaakt van de Utrechtse Getalbegrip Toets (UGT). Dit instrument werd bij dezelfde leerlingen driemaal afgenomen (januari 3° kleuterklas/groep 2, juni 3° kleuterklas/groep 2, januari 1° leerjaar/groep 3). Uit het onderzoek blijkt dat de UGT een redelijk betrouwbaar en valide instrument is om in algemene zin de voorbereidende rekenvaardigheid in beeld te brengen. Analyses laten zien dat de Vlaamse kinderen op het eerste meetmoment een achterstand hebben ten aanzien van de Nederlandse kinderen. De ontwikkeling van hun rekenvaardigheid heeft echter een hoger tempo, waardoor ze bij het laatste meetmoment hun Nederlandse collega's bijbenen.

1 Inleiding

Het onderzoek van de voorbije decennia naar de mathematische ontwikkeling van het kind (zie onder andere Baroody, 1987; Geary, 1994; Ginsburg, 1977; TAL-team, 1999; Van de Rijt, 1996) laat er weinig twijfel over bestaan: reeds voor de start van het formele reken/wiskunde-onderwijs in het eerste leerjaar (groep 3 van het basisonderwijs in Nederland) tonen kinderen een grote interesse in getallen en getalsmatige verschijnselen, hebben zij kennis van betekenissen en gebruikswijzen van getallen en beschikken zij over allerhande telvaardigheden. Deze kennis en vaardigheden (in de literatuur omschreven als 'getalbegrip', 'voorbereidende rekenvaardigheid' of 'ontluikende gecijferdheid') construeren zij op basis van een ruime hoeveelheid ervaringen met getallen, zowel binnen als buiten de context van het onderwijs. Voor de aanvang van het kleuteronderwijs (groep 1 en 2 van het basisonderwijs in Nederland) doen kinderen ervaringen op met getallen in dagelijkse, betekenisvolle contexten en interacties. Hierbij kunnen we denken aan het spelen van een gezelschapsspel (zoals 'ganzenbord' of 'mens-erger-je-niet'), het helpen bij eenvoudige huishoudelijke taken ("we eten met vieren, hoeveel messen en vorken moeten er op tafel liggen") of het bekijken van televisieprogramma's zoals Sesamstraat. In het kleuteronderwijs wordt de ontwikkeling van de reeds aanwezige rekenkennis en -vaardigheden verder gestimuleerd, aan de hand van zowel spontane leeractiviteiten (zoals het tellen van de blokken bij het bouwen van een toren tijdens een vrije activiteit of het verdelen van enkele snoepjes onder de kinderen tijdens de pauze) als doelbewust georganiseerde, gerichte onderwijsactiviteiten (zoals het tellen

van alle kinderen in de kring, het ordenen van de kinderen van klein naar groot of het maken van rekenwerkbladen).

De ontwikkeling van de (voorbereidende) rekenkennis en -vaardigheden verschilt echter van kind tot kind (TAL-team, 1999; Van de Rijt & Van Luit, 1994). Zo beheersen sommige kinderen op de leeftijd van drie jaar al vaardigheden die de meeste kinderen pas op de leeftijd van vijf jaar beheersen. Omgekeerd zijn er ook kinderen die op de leeftijd van vijf jaar nog niet beschikken over de kennis en vaardigheden die de meeste driejarigen reeds hebben verworven.

In deze presentatie staat de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij kinderen van vijf tot zeven jaar centraal. We beginnen met een inhoudelijke omschrijving van de begrippen ‘getalbegrip’ en ‘voorbereidende rekenvaardigheid’ en bespreken de factoren die een rol spelen bij de ontwikkeling ervan. Vervolgens besteden we aandacht aan de opzet van ons vergelijkend onderzoek naar de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse en Nederlandse kinderen. Daarna worden de onderzoeksresultaten weergegeven en besproken. Het geheel wordt afgesloten met een samenvatting van de belangrijkste onderzoeksresultaten en enkele daarbij aansluitende discussiepunten.

2 Getalbegrip of voorbereidende rekenvaardigheid bij jonge kinderen

Er bestaat geen duidelijke consensus over de concrete invulling van het concept ‘getalbegrip’ of ‘voorbereidende rekenvaardigheid’ en de factoren die bijdragen tot de ontwikkeling daarvan. We onderscheiden drie richtingen (zie Torbeyns, 1999).

De eerste richting heeft betrekking op al diegenen die in hun theorie en onderzoek de logisch-mathematische fundamenten voor de ontwikkeling van getalbegrip centraal stellen. Volgens dezen gaat de ontwikkeling van getalbegrip hand in hand met de ontwikkeling van het logisch denken bij het kind: er is pas sprake van getalbegrip op het ogenblik dat het kind de vereiste logische fundamenten beheerst. Deze idee is duidelijk aanwezig in de Piagetiaanse visie op de ontwikkeling van getalbegrip, die het onderzoek, de diagnostiek en het onderwijs op het gebied van het voorbereidend en aanvankelijk rekenen lange tijd gedomineerd heeft. Piaget (1969) ziet getalbegrip

als een synthese van conservatie-van-aantal, classificatie en seriatie, waarbij conservatie-van-aantal geldt als het minimumcriterium voor de aanwezigheid van getalbegrip. De logische operaties die ten grondslag liggen aan de ontwikkeling van getalbegrip zijn het leggen van numerieke één-één correspondenties en de synthese van classificatie en seriatie. Een kind dat deze logische operaties beheerst, is in staat tot conservatie-van-aantal en heeft dus getalbegrip. De ontwikkeling van getalbegrip wordt volgens Piaget (1973) mogelijk gemaakt door het handelen van het kind. De handelingen van het kind met concrete objecten in zijn of haar omgeving zullen leiden tot getalbegrip. Het leren opzeggen van de telrij en het verwerven van allerlei telvaardigheden dragen in wezen niet bij tot deze ontwikkeling (Piaget, 1969).

In de tweede richting wordt geen rechtstreeks en nadrukkelijk verband gelegd tussen de ontwikkeling van getalbegrip en de ontwikkeling van het logisch denken, maar wordt getalbegrip veeleer beschouwd als iets wat zich geleidelijk ontwikkelt op basis van de telervaringen van het kind. Het tellen wordt gezien als de motor van de ontwikkeling van getalbegrip. De realistische visie op de ontwikkeling van getalbegrip, maar ook het werk van ontwikkelingspsychologen als Baroody (1987) en Gelman en Gallistel (1978), kunnen tot deze tweede richting gerekend worden (TAL-team, 1999). Volgens Gelman en Gallistel komt de ontwikkeling van getalbegrip neer op de verwerving van de volgende vijf onderliggende telprincipes. Het eerste telprincipe is het één-één principe: aan elk object dat wordt geteld, mag slechts één telwoord worden toegekend. Het tweede telprincipe is het principe van de stabiele orde: bij opeenvolgende telbeurten moet het kind de telwoorden herhalen in steeds dezelfde volgorde (maar het is niet noodzakelijk dat het gebruik maakt van de conventionele telwoorden en deze opzegt in de conventionele volgorde). Het derde telprincipe is het principe van de cardinaliteit: het telwoord dat wordt toegekend aan het laatst getelde object geeft het totale aantal getelde objecten weer. Het vierde telprincipe--het abstractieprincipe--geeft aan dat ook abstracte dingen (bijvoorbeeld ‘paren schoenen’ of ‘halve repen’), en dus niet alleen fysiek aanwezige objecten, geteld kunnen worden. Het vijfde en laatste telprincipe is het principe van de irrelevante volgorde: het maakt niet uit waar je begint te tellen bij het tellen van een reeks objecten. Of je nu van links naar rechts of van rechts naar links telt, maakt geen verschil uit: het totale aantal objecten blijft hetzelfde. Frank (1989) maakt een onderscheid tussen de volgende vijf telvaardigheden.

- ‘rote counting’ (het opzeggen van de telrij). Het gaat hier om het van buiten leren van de conventionele telwoorden in de conventionele volgorde.
- ‘counting on’ (doortellen). Een kind dat kan doortellen, kan verder tellen vanaf een getal verschillend van één. Het kind moet niet met het getal één beginnen om de rest van de telrij correct te kunnen opzeggen.
- ‘point counting’ (synchroon tellen). Het gaat hier om het tegelijkertijd tellen en aanwijzen van objecten, zonder een object over te slaan of dubbel te tellen.
- ‘rational counting’ (resultatief tellen). Een kind dat deze vaardigheid beheerst, heeft inzicht in het principe van cardinaliteit: het kind weet dat het laatst genoemde telwoord het totale aantal objecten representeert.
- ‘skip counting’ (verkort tellen). Het gaat hier om het ‘tellen met sprongen’, bijvoorbeeld het tellen met sprongen van twee.

De telvaardigheden ontwikkelen zich in een hiërarchische volgorde: pas wanneer de lagere telvaardigheden in voldoende mate verworven zijn, komt een hogere telvaardigheid tot ontwikkeling (Baroody, 1987).

In een derde richting wordt ervan uitgegaan dat de Piagetiaanse operaties en het tellen niet los van elkaar gezien kunnen worden en samen constitutief zijn voor de ontwikkeling van getalbegrip. Van de Rijt (1996) stelt getalbegrip gelijk aan het theoretisch begrip voorbereidende rekenvaardigheid. Volgens haar leveren zowel de Piagetiaanse operaties als de telvaardigheden een bijdrage aan (de ontwikkeling van) de voorbereidende rekenvaardigheid. De telvaardigheden leveren volgens haar echter de grootste bijdrage. Zij onderscheidt acht componenten, die tezamen de voorbereidende rekenvaardigheid van het kind vormen. Deze componenten worden hierna als onderdelen van de Utrechtse Getalbegrip Toets (UGT; Van Luit, Van de Rijt, & Pennings, 1994) toegelicht. Elk van deze componenten levert een eigen bijdrage aan de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid, maar er is tevens sprake van een wederzijdse invloed tussen de verschillende componenten gedurende deze ontwikkeling (zie Van de Rijt, 1996).

De visie van Van de Rijt op de ontwikkeling van voorbereidende rekenvaardigheid werd gehanteerd als theoretisch kader voor de constructie van de UGT. Deze bestaat uit twee parallelvormen: Vorm A en Vorm B. Elke vorm bestaat uit 40 items,

verdeeld over acht onderdelen (vijf items per onderdeel). De onderscheiden onderdelen zijn te beschouwen als de operationalisering van de acht componenten die Van de Rijt onderscheidt. De onderdelen van de UGT zijn de volgende:

- vergelijken. In dit onderdeel staat het vergelijken van objecten op kwalitatieve of kwantitatieve kenmerken centraal. Er wordt getoetst of het kind de begrippen beheerst die veel voorkomen in vergelijkingen (zoals het meeste, hoger, …).
- classificeren. Classificeren kan worden omschreven als het indelen van objecten in een klasse of subklasse aan de hand van één of meer criteria. In dit onderdeel wordt getoetst of het kind objecten kan groeperen op basis van overeenkomsten.
- correspondentie leggen. In dit onderdeel staat het vergelijken van hoeveelheden door het toepassen van de één-één relatie centraal. Er wordt getoetst of het kind een één-één relatie kan leggen tussen verschillende gegevens.
- seriëren. Seriëren kan worden omschreven als het rangordenen van objecten op basis van één of meerdere criteria. In dit onderdeel wordt niet alleen nagegaan of het kind kan herkennen of voorwerpen of getallen in de goede volgorde staan, maar ook of het kind deze zelf kan ordenen.
- telwoorden gebruiken. Onder het gebruik van telwoorden vallen de volgende vaardigheden: het vooruit tellen, het terugtellen, het doortellen en het gebruik maken van het kardinale (hoofdtelwoord) en het ordinale (rangtelwoord) getal.
- synchroon en verkort tellen. Met behulp van materialen (blokjes) wordt nagegaan of het kind hoeveelheden synchroon kan tellen. Het is toegestaan dat het kind tijdens het tellen het materiaal met de vinger aanwijst. Er wordt ook nagegaan of het kind bepaalde dobbelsteenstructuren direct herkent (verkort tellen vanuit de dobbelsteenstructuur).
- resultatief tellen. In dit onderdeel wordt getoetst of het kind het principe van de cardinaliteit beheerst en kan toepassen. Meer concreet gebeurt dit als volgt: het kind moet de totale hoeveelheid van gestructureerde en ongestructureerde verzamelingen bepalen. Tijdens het tellen mag het kind de voorwerpen niet aanwijzen met de vinger.
- toepassen van kennis van getallen. Het toepassen van kennis van getallen is de overkoepelende component in het model van Van de Rijt. Er wordt getoetst of het kind getallen onder de 20 in eenvoudige alledaagse probleemsituaties kan gebruiken.

De items worden dichotoom gescoord: het antwoord is ofwel goed (score = 1) ofwel fout (score = 0). De ruwe toetsscore kan worden omgezet in een vaardigheidsscore (uitgedrukt in een getal van 0 tot 100). Deze vaardigheidsscore geeft de mate van beheersing van voorbereidende rekenvaardigheid door het kind weer: hoe hoger de vaardigheidsscore, hoe groter de voorbereidende rekenvaardigheid van het kind.

De doelgroep van de UGT wordt gevormd door kinderen van groep 1 tot en met groep 3. De toets wordt individueel afgenomen en de afname neemt ongeveer 20 à 30 minuten in beslag. De toets biedt de gebruiker bovendien voldoende ruimte om tijdens de toetsafname observaties met betrekking tot de gebruikte oplossingsstrategie te noteren.

In januari-februari 1993 werden de items uit een itembank van 120 items (via een ankeritemdesign) voorgelegd aan 823 Nederlandse kinderen van groep 1, groep 2 en groep 3 van het basisonderwijs (zie Van de Rijt, 1996; Van de Rijt, Van Luit & Pennings, 1999). Uiteindelijk zijn 80 items overgebleven. De gegevens die werden verkregen met dit onderzoek, zijn gebruikt om de normtabellen en de psychometrische kwaliteiten van de UGT te bepalen. Op basis van de 80 items zijn Vorm A en Vorm B van de UGT geconstrueerd.

In januari 1994 werd een longitudinaal onderzoek naar de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij kinderen uit groep 2 en groep 3 opgestart. Aan dit onderzoek namen 299 kinderen deel; zij zaten bij de start van het onderzoek allen in groep 2. Op basis van de resultaten van zowel het normeringsonderzoek als het longitudinaal onderzoek, komen Van de Rijt (1996) en Van de Rijt et al. (1999) tot de conclusie dat:

1. de UGT een betrouwbare toets is
2. de UGT een constructvalide toets is
3. de onderscheiden componenten uit het model van Van de Rijt geen sterk hiërarchische relatie vertonen, maar zich deels naast elkaar ontwikkelen.

Ook in Vlaanderen werd onderzoek uitgevoerd met behulp van de UGT. Dit onderzoek (opgestart in januari 1997) diende een dubbele doelstelling:

1. het normeren van de UGT voor Vlaanderen
2. het onderzoeken van de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse kleuters in vergelijking met Nederland.

In hetgeen volgt zullen de resultaten van het onderzoek in Vlaanderen vergeleken worden met de resultaten van het (eerder uitgevoerde) onderzoek in Nederland.

3 Methode

3.1 Proefpersonen

Aan het onderzoek participeerden 207 kinderen, afkomstig van 12 scholen voor kleuteronderwijs en lager onderwijs te Vlaanderen. Om praktische redenen werden enkel scholen uit de provincies Vlaams-Brabant en Limburg geselecteerd. De Vlaamse kinderen zaten bij de aanvang van het onderzoek allen in de derde kleuterklas. Voor de samenstelling van de Nederlandse proefgroep verwijzen we naar een eerdere publicatie (Van de Rijt, 1996). Het betreft kinderen die bij de aanvang van het onderzoek in groep 2 zaten. Tabel 1 vergelijkt de samenstelling van de Vlaamse onderzoeksgroep met de Nederlandse onderzoeksgroep voor wat betreft de aspecten geslacht en leeftijd (uitgedrukt in maanden) bij de aanvang van het onderzoek.

Tabel 1 **Gemiddelde leeftijd (in maanden) van de Vlaamse en Nederlandse kinderen**

	Vlaanderen			Nederland		
	N	M	Sd	N	M	Sd
Jongens	113	66.9	3.7	140	71.4	5.1
Meisjes	94	66.6	3.6	159	70.7	4.4
Totaal	207	66.8	3.6	299	71.0	4.8

Uit tabel 1 kan worden afgeleid dat de kinderen uit de Nederlandse onderzoeksgroep op het eerste meetmoment gemiddeld ongeveer vier maanden ouder zijn dan de kinderen uit de Vlaamse onderzoeksgroep. Dit verschil hangt wellicht samen met de manier waarop de kinderen worden ingedeeld in (leerjaar)groepen in Vlaanderen en Nederland. In Vlaanderen wordt het geboortejaar van het kind als criterium gehanteerd. Zo schakelen (normaal gezien) alle kinderen die geboren zijn in 1992 over naar het eerste leerjaar in september 1998. In Nederland daarentegen deelt men de groepen niet in op basis van het geboortejaar, maar wel op basis van de leeftijd van het kind bij de aanvang van het schooljaar. Op die manier schakelen niet alle kinderen die geboren zijn in 1992 over naar groep 3 in september 1998. De kinderen die geboren zijn na 30 september 1992 gaan een jaar later over naar groep 3.

3.2 Onderzoeksinstrumenten: de Utrechtse GetalbegripToets (UGT-V)

Voor de start van het onderzoek te Vlaanderen werd de UGT in dubbel opzicht 'aangepast' aan de Vlaamse onderzoekssituatie. Om te beginnen werd er een derde parallelvorm van de UGT geconstrueerd, Vorm C (in functie van het normeren en het bepalen van de psychometrische kenmerken van de UGT). Vorm C bestaat uit 20 items van Vorm A en 20 items van Vorm B. Daarnaast werd een aantal instructies uit de UGT aangepast aan het Vlaamse taalgebruik (bijvoorbeeld: item A3. Oorspronkelijke instructie: "Hier zie je flatgebouwen. Wijs jij het laagste flatgebouw eens aan." Gewijzigde instructie: "Hier zie je appartementen. Wijs jij het laagste appartement eens aan."). Dit gebeurde op basis van het uitproberen van de UGT bij enkele Vlaamse kleuters en het voorleggen ervan aan een aantal Vlaamse kleuterleidsters. Voor deze 'Vlaamse versie van de UGT' zal de afkorting UGT-V gebruikt worden.

3.3 Onderzoeksopzet

In navolging van het onderzoek te Nederland, werd gekozen voor een longitudinaal onderzoek met drie meetmomenten. In januari 1997, juni 1997 en januari 1998 werden de deelnemende kinderen individueel getoetst met de UGT-V, hetzij Vorm A, hetzij Vorm B, hetzij Vorm C (ieder kind kreeg drie keer dezelfde vorm).

4 Onderzoeksresultaten

4.1 De psychometrische kenmerken van de UGT en de UGT-V

Betrouwbaarheid

Tabel 2 geeft de betrouwbaarheidscoëfficiënten van de UGT en de UGT-V weer, opgesplitst per vorm. Voor het schatten van de betrouwbaarheid is gebruik gemaakt van Cronbach's α coëfficiënt.

Tabel 2 **Betrouwbaarheidsgegevens van de UGT en de UGT-V (Cronbach's α coëfficiënt)**

Vorm	UGT	N	UGT-V	N
Vorm A	.90	33	.85	71
Vorm B	.84	232	.83	71
Vorm C	.82	34	.86	65

Voor Vorm B is er een aanzienlijk grotere N bij de UGT in vergelijking met de overige vormen. Dit is te verklaren door het feit dat de hier weergegeven Nederlandse populatie samengesteld is uit twee deelpopulaties (zie Van de Rijt, 1996). Als algemene vuistregel voor het beoordelen van de betrouwbaarheid van een test, geldt dat er sprake is van voldoende betrouwbaarheid bij een betrouwbaarheidscoëfficiënt van minimum .90 (Storms, 1998). Vorm A van de UGT voldoet aan de algemene vuistregel en heeft dus een voldoende betrouwbaarheid, terwijl Vorm B en Vorm C van de UGT in deze onderzoeksgroep niet aan de vuistregel voldoen. Vorm B en Vorm C van de UGT hebben een redelijke betrouwbaarheid. Dit is in tegenstelling tot vorig onderzoek (Hagens, 1998; Van de Rijt & Van Luit, 1999) waar Vorm A bijvoorbeeld een betrouwbaarheid heeft van .94 en Vorm B een betrouwbaarheid van .95. De betrouwbaarheidscoëfficiënten van de drie vormen van de UGT-V voldoen ook niet aan de algemene vuistregel. De betrouwbaarheid van de UGT-V kan redelijk genoemd worden. We moeten hierbij opmerken dat deze gegevens berekend werden op relatief kleine proefgroepen en dat de cijfers ook niet laag te noemen zijn.

Constructvaliditeit

Voor het bepalen van de constructvaliditeit van de UGT en de UGT-V is gebruik gemaakt van de volgende drie methoden:

1. Het toetsen van het One Parametric Logistic Model (OPLM; Verhelst, 1992) als achterliggend meetmodel van de UGT en de UGT-V.
2. Het berekenen van de samenhang tussen de scores op de acht onderdelen van de UGT en de UGT-V (correlatiematrix).
3. Het uitvoeren van een factoranalyse (principale componentenanalyse) over de acht onderdelen van de UGT en de UGT-V.

Met het oog op het centrale thema van dit artikel, wordt hier volstaan met een beknopte samenvatting van de onderzoeksresultaten. Enkel de resultaten van de factoranalyse worden kort toegelicht. De geïnteresseerde lezer verwijzen we verder door naar het werk van Torbeyns (1999) en Van de Rijt et al. (1999), waar de onderzoeksresultaten meer gedetailleerd worden weergegeven en besproken. Tabellen 3 en 4 geven de resultaten weer van de factoranalyse (principale componentenanalyse) over de acht onderdelen van de UGT en de UGT-V.

Tabel 3 **Resultaten van de principale componentenanalyse over de acht onderdelen van de UGT**

Input	Vorm A		Vorm B		Vorm C	
variabelen	Eigenvalue	Verkl. var.	Eigenvalue	Verkl. var.	Eigenvalue	Verkl. var.
Vergelijken	4.40	55.0	3.51	43.8	3.37	42.1
Classific	1.35	16.9	.87	10.9	1.24	15.5
Correspond	.76	9.5	.80	10.0	.85	10.6
Seriatie	.53	6.6	.71	8.9	.79	9.8
Telwoorden	.33	4.2	.65	8.1	.65	8.2
Synchroon	.32	4.0	.54	6.7	.52	6.5
Resultatief	.24	3.0	.50	6.2	.32	4.0
Toepassen	.07	0.9	.42	5.2	.25	3.2

Tabel 4 **Resultaten van de principale componentenanalyse over de acht onderdelen van de UGT-V**

Input	Vorm A		Vorm B		Vorm C	
variabelen	Eigenvalue	Verkl. var.	Eigenvalue	Verkl. var.	Eigenvalue	Verkl. var.
Vergelijken	3.47	43.3	3.47	43.4	3.65	45.6
Classific	1.10	13.7	1.11	13.9	.95	11.9
Correspond	.82	10.3	.83	10.4	.84	10.5
Seriatie	.69	8.6	.71	8.8	.77	9.6
Telwoorden	.65	8.2	.61	7.6	.68	8.5
Synchroon	.53	6.6	.57	7.1	.50	6.2
Resultatief	.38	4.7	.42	5.2	.38	4.8
Toepassen	.37	4.6	.29	3.6	.24	3.0

Op basis van deze analyses kan worden gezegd dat een éénfactoroplossing een verantwoorde interpretatie geeft van de geobserveerde data. Zowel de UGT als de UGT-V lijken slechts één factor te meten, die hier inhoudelijk wordt geïnterpreteerd als de mate van beheersing van voorbereidende rekenvaardigheid door het kind. We vinden gelijkaardige factoroplossingen wanneer we de principale componentenanalyse uitvoeren op itemniveau. Ook de resultaten van het toetsingsonderzoek (toetsen van OPLM als achterliggend meetmodel) en het berekenen van de correlatiematrix over de acht onderdelen van de UGT en de UGT-V leiden tot deze conclusie: de UGT en de UGT-V meten één construct, dat inhoudelijk wordt geïnterpreteerd als de mate van beheersing van voorbereidende rekenvaardigheid door het kind.

4.2 De ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse en Nederlandse kinderen van vijf tot zeven jaar

Voor de vergelijking van de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse en Nederlandse kinderen zijn twee analyses uitgevoerd. In beide gevallen is

gebruik gemaakt van hiërarchisch lineaire modellen met drie niveaus, omdat de scores (niveau 1) 'genest' zijn binnen leerlingen (niveau 2) die op hun beurt 'genest' zijn binnen scholen (niveau 3). We mogen er immers van uitgaan dat scores van leerlingen van dezelfde school meer op elkaar zullen gelijken dan scores van leerlingen van verschillende scholen. Onder meer de pedagogisch-didactische aanpak zal hierbij van invloed zijn.

In de eerste analyse is de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid onderzocht via de relatie tussen leeftijd en score op de UGT(-V) over de verschillende meetmomenten heen, en dit voor Vlaanderen en voor Nederland. In de tweede analyse hebben we de score van de Vlaamse en de Nederlandse kinderen op de UGT(-V) op elk van de onderscheiden meetmomenten met elkaar vergeleken. Bij het schatten van de parameters is gebruik gemaakt van de zogenaamde '*iterative generalized least squares'* (IGLS) schattingsmethode van het computerprogramma MLwiN (Goldstein, Rasbash, Plewis, Draper, Browne, Yang; Woodhouse & Healy, 1998).

Analyse 1

In de eerste analyse is de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse en Nederlandse kinderen onderzocht via de relatie tussen de leeftijd van de kinderen en hun score op de UGT(-V) over de drie meetmomenten heen. De scores op de UGT(-V) worden in dit regressiemodel voorspeld op basis van de variabele leeftijd:

$$\text{voorspelde score} = ß_{0jk} + ß_{1jk} * \text{leeftijd}_{ijk} + e_{ijk} \qquad (1)$$

met i, j en k verwijzend naar respectievelijk meetmoment i, leerling j en school k, en e_{ijk} naar een random residu

Uitgaande van de veronderstelling dat zowel de score als de evolutie in score kan verschillen van kind tot kind (niveau 2) en van school tot school (niveau 3), hebben we de indices j en k toegevoegd aan beide regressiecoëfficiënten. Om een zinvolle interpretatie van het intercept toe te laten werd de variabele leeftijd met de gemiddelde leeftijd (meer bepaald 74.679 maanden) verminderd. Dit betekent dat het intercept van de regressievergelijking overeenkomt met de voorspelde score op de UGT(-V) bij een leeftijd van 74.679 maanden. Daarnaast zijn we tevens uitgegaan van de veronderstelling dat zowel de score als de evolutie in score kan verschillen in Vlaanderen en Nederland. Tenslotte hebben we de toetsscores van de kinderen

gecorrigeerd voor een mogelijke invloed van de vorm van de UGT(-V) (dit wil zeggen: UGT(-V) Vorm A, UGT(-V) Vorm B, UGT(-V) Vorm C). Aldus kunnen de regressiecoëfficiënten β_{0jk} en β_{1jk} als volgt worden beschreven:

$$\beta_{0jk} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(land)_k + \gamma_{02}(vorm2)_{jk} + \gamma_{03}(vorm3)_{jk} + v_{0k} + u_{0jk}$$

en

$$\beta_{1jk} = \gamma_{10} + \gamma_{11}(land)_k + v_{1k} + u_{1jk} \qquad (2)$$

met $(vorm2)_{jk}$ gelijk aan 1 indien leerling j uit school k getoetst werd met UGT(-V) Vorm B, 0 in de andere gevallen,

$(vorm3)_{jk}$ gelijk aan 1 indien leerling j uit school k getoetst werd met UGT(-V) Vorm C, 0 in de andere gevallen,

$(land)_k$ gelijk aan 1 indien school k gelegen is in Nederland, 0 indien school k gelegen is in Vlaanderen,

v_0 en v_1 als random residu op schoolniveau, en

u_0 en u_1 als random residu op leerlingenniveau.

resulterend in de volgende algemene regressievergelijking:

$$\text{voorspelde score} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(land)_k + \gamma_{02}(vorm2)_{jk} + \gamma_{03}(vorm3)_{jk} + v_{0k} + u_{0jk} + \gamma_{10}(leeftijd)_{ijk} + \gamma_{11}(land*leeftijd)_{ijk} + v_{1k}(leeftijd)_{ijk} + u_{1j}(leeftijd)_{ijk} + e_{ijk} \qquad (3)$$

en de volgende landspecifieke regressievergelijkingen voor UGT(-V) Vorm A:

$$\text{voorspelde UGT-V} = \gamma_{00} + \gamma_{10}*leeftijd$$

$$\text{voorspelde UGT} = (\gamma_{00} + \gamma_{01}) + (\gamma_{10} + \gamma_{11})*leeftijd \qquad (4)$$

Tabel 5 geeft een overzicht van de geschatte parameters met de standaardfout van de schatting. Omdat de verhouding van een parameterschatting met zijn standaardfout bij benadering een standaardnormale verdeling volgt, kunnen we aangeven dat de parameterschatting die groter is dan 1.96 maal zijn standaardfout significant is op het 5% niveau.

Tabel 5 **Resultaten van de multi-niveau analyse**

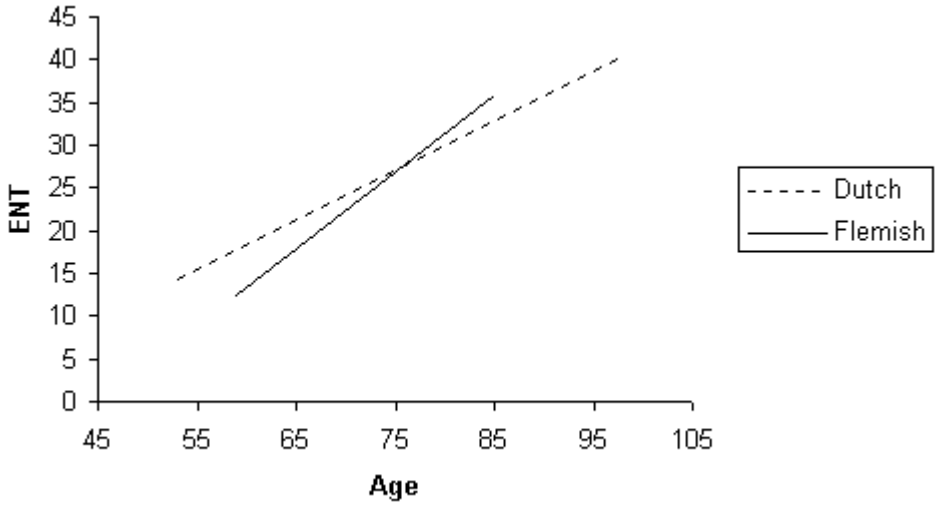
Fixed parameter	Analysis 1		Analysis 2	
	Estimate	SE	Estimate	SE
Intercept (γ_{00})	27.24	0.7734	22.7	1.151
Regression coefficient for age (γ_{10})	0.9417	0.04335	0.2969	0.113
Regression coefficient for country (γ_{01})	-0.429	0.9673	3.393	1.306
Regression coefficient for age*country (γ_{11})	-0.3664	0.06198	-0.006822	0.1248
Regression coefficient for form2 (γ_{02})	0.8667	0.7153	0.5256	0.6639
Regression coefficient for form3 (γ_{03})	0.03924	0.7561	0.0257	0.6826
Regression coefficient for time2 (γ_{20})	--	--	1.94	0.6527
Regression coefficient for time3 (γ_{30})	--	--	8.545	1.271
Regression coefficient for time2*country (γ_{21})	--	--	-0.8115	0.7092
Regression coefficient for time3*country (γ_{31})	--	--	-3.779	1.439
Regression coefficient for time2*age (γ_{22})	--	--	-0.05185	0.04348
Regression coefficient for time3*age (γ_{32})	--	--	-0.1017	0.04669

Level	Random parameter	Analysis 1		Analysis 2	
		Estimate	SE	Estimate	SE
3	Intercept variance between schools (σ^2_{v0})	3.045	1.381	3.812	1.581
3	Covariance between schools (σ_{v0v1})	-0.1257	0.07224	-0.1293	0.07561
3	Slope variance between schools (σ^2_{v1})	0.01363	0.006118	0.01271	0.005753
2	Intercept variance within schools (σ^2_{u0})	26.35	1.912	23.03	1.684
2	Covariance within schools (σ_{u0u1})	-0.3877	0.08603	-0.5612	0.08208
2	Slope variance within schools (σ^2_{u1})	0.003073	0.00978	0.006399	0.008799
1	Variance within pupils (σ^2_e)	9.097	0.5363	8.695	0.4899

Uit tabel 5 kunnen we afleiden dat bij een leeftijd van 74.679 maanden (interceptleeftijd) de Vlaamse kinderen een voorspelde score van 27.24 behalen op UGT-V Vorm A. De Nederlandse kinderen scoren op dat moment 0.429 punten lager op de UGT (voorspelde score) dan hun Vlaamse leeftijdsgenoten op de UGT-V. Dit verschil in score is echter niet statistisch significant. De voorspelde score van de Vlaamse kinderen op de UGT-V stijgt met 0.9417 punten per maand, terwijl de stijging in score op de UGT bij de Nederlandse kinderen slechts 0.5753 punten per maand bedraagt (0.9417 - 0.3664). De relatie tussen enerzijds de leeftijd van een kind en anderzijds zijn of haar score op de UGT(-V) is dus niet hetzelfde in Vlaanderen en in Nederland: de Vlaamse kinderen blijken sneller vooruit te gaan dan de kinderen in

Nederland. Dit interactie-effect is statistisch significant. Figuur 1 geeft de (positieve) invloed van de variabele leeftijd op de score op de UGT(-V) weer, evenals de interactie tussen de variabelen leeftijd en land.

Figuur 1 **Voorspelde UGT-score van Vlaamse en Nederlandse kinderen volgens leeftijd over de meetmomenten heen, op basis van de multi-niveau analyse**



De toevoeging van de tweedegraadsterm leeftijd*leeftijd en zijn interactie met de variabele land leidde nauwelijks tot een verbetering van de voorspellingen van de UGT(-V)-scores. Dit wil zeggen dat er in geen van beide landen sprake is van een curvilineair verband tussen leeftijd en UGT(-V)-score binnen het gemeten leeftijdsbereik.

Analyse 2

In de eerste analyse is aandacht besteed aan de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse en Nederlandse kinderen, rekening houdend met de leeftijd van deze kinderen. In de tweede analyse hebben we de scores van de Vlaamse en de Nederlandse kinderen op de UGT(-V) vergeleken op elk van de onderscheiden meetmomenten: medio en einde derde kleuterklas/groep 2 en medio eerste leerjaar/groep 3. Daartoe hebben we aan onze algemene regressievergelijking, zoals besproken bij de eerste analyse, twee dummy variabelen toegevoegd voor de factor meetmoment: meetmoment2 (met een waarde van 1 indien de score werd behaald op het tweede meetmoment, en een waarde van 0 in de andere gevallen) en

meetmoment3 (met een waarde van 1 indien de score werd behaald op het derde meetmoment, en een waarde van 0 in de andere gevallen). Omwille van de grote leeftijdsverschillen tussen beide groepen (cf. supra) is daarbij ook de variabele leeftijd als covariaat ingevoerd, resulterend in de volgende algemene regressievergelijking:

$$\text{voorspelde score} = \gamma_{00} + \gamma_{01}(\text{land})_k + \gamma_{02}(\text{vorm2})_{jk} + \gamma_{03}(\text{vorm3})_{jk} + \gamma_{10}(\text{leeftijd})_{ijk} + \gamma_{11}(\text{land*leeftijd})_{ijk} + \gamma_{20}(\text{meetmoment2})_{ijk} + \gamma_{21}(\text{land*meetmoment2})_{ijk} + \gamma_{22}(\text{leeftijd*meetmoment2})_{ijk} + \gamma_{30}(\text{meetmoment3})_{ijk} + \gamma_{31}(\text{land*meetmoment3})_{ijk} + \gamma_{32}(\text{leeftijd*meetmoment3})_{ijk} \quad (5)$$

en de volgende landspecifieke regressievergelijkingen:

$$\text{voorspelde UGT-V} = \gamma_{00} + \gamma_{02}(\text{vorm2})_{jk} + \gamma_{03}(\text{vorm3})_{jk} + \gamma_{10}(\text{leeftijd})_{ijk} + \gamma_{20}(\text{meetmoment2})_{ijk} + \gamma_{22}(\text{leeftijd*meetmoment2})_{ijk} + \gamma_{30}(\text{meetmoment3})_{ijk} + \gamma_{32}(\text{leeftijd*meetmoment3})_{ijk} \quad (6)$$

en

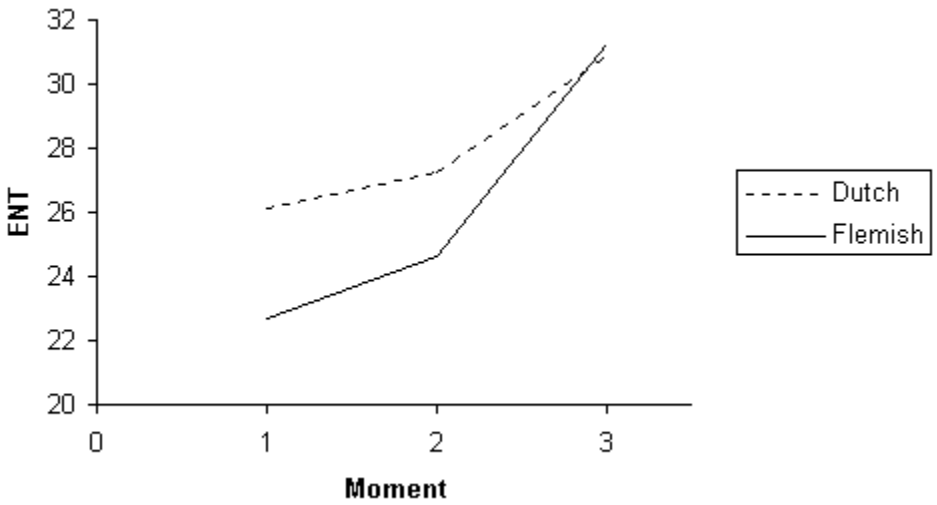
$$\text{voorspelde UGT} = (\gamma_{00} + \gamma_{01}) + \gamma_{02}(\text{vorm2})_{jk} + \gamma_{03}(\text{vorm3})_{jk} + (\gamma_{10} + \gamma_{11})(\text{leeftijd})_{ijk} + (\gamma_{20} + \gamma_{21})(\text{meetmoment2})_{ijk} + \gamma_{22}(\text{leeftijd*meetmoment2})_{ijk} + (\gamma_{30} + \gamma_{31})(\text{meetmoment3})_{ijk} + \gamma_{32}(\text{leeftijd*meetmoment3})_{ijk} \quad (7)$$

De geschatte parameters, met de standaardfout van de schatting, zijn weergegeven in tabel 5. Zoals reeds hoger vermeld, is een parameterschatting die groter is dan 1.96 maal zijn standaardfout statistisch significant op het 5% niveau.

Op basis van de resultaten die zijn weergegeven in tabel 5, kunnen we in de eerste plaats besluiten dat de score op de UGT(-V) samenhangt met het tijdstip van meting (meetmoment): de score van de Vlaamse en de Nederlandse kinderen op respectievelijk de UGT-V en de UGT stijgt tussen het eerste en het tweede meetmoment en tussen het tweede en het derde meetmoment. De voorspelde score van Vlaamse kinderen met een leeftijd van 74.679 maanden (de gemiddelde leeftijd van alle kinderen--zowel Vlaamse als Nederlandse kinderen--die zijn opgenomen in de analyse) op de UGT-V heeft op het eerste meetmoment een waarde van 22.702, op het tweede meetmoment een waarde van 24.642 en op het derde meetmoment een waarde van 31.247. Hun Nederlandse leeftijdsgenootjes daarentegen behalen op het eerste meetmoment een (voorspelde) score van 26.095 op de UGT, op het tweede

meetmoment een (voorspelde) score van 27.223 en op het derde meetmoment een (voorspelde) score van 30.861. De evolutie in score op de UGT(-V) is met andere woorden niet gelijk in beide landen: er is sprake van een statistisch significante interactie tussen de variabelen meetmoment en land, in die zin dat de (voorspelde) score van de Vlaamse kinderen op de UGT-V sterker stijgt tussen het eerste en het tweede meetmoment en--vooral--tussen het eerste en het derde meetmoment, dan de (voorspelde) score van hun Nederlandse leeftijdsgenootjes op de UGT (zie tabel 5). Aanvankelijk scoren de Vlaamse kinderen zwakker dan hun Nederlandse leeftijdsgenootjes, maar dankzij de snellere evolutie in score van de Vlaamse kinderen, presteren deze laatsten op het derde meetmoment zelfs iets beter dan hun Nederlandse collega's. Figuur 2 geeft de evolutie in score op de UGT(-V) van de Vlaamse en de Nederlandse kinderen tussen het eerste en het tweede meetmoment en tussen het tweede en het derde meetmoment weer.

Figuur 2 **Voorspelde UGT-scores voor Vlaamse en Nederlandse kinderen op de drie meetmomenten op basis van de multi-niveau analyse**



Figuur 2 geeft zowel het effect van de variabele meetmoment als de interactie tussen de variabelen meetmoment en land (cf. supra) duidelijk weer: de score op de UGT(-V) van zowel de Vlaamse als de Nederlandse kinderen stijgt tussen het eerste en het tweede meetmoment, evenals tussen het tweede en het derde meetmoment (effect van de variabele meetmoment). Deze evolutie in score op de UGT(-V) verloopt echter duidelijk verschillend voor Vlaamse en Nederlandse kinderen: de score van de

Vlaamse kinderen stijgt sterker dan de score van de Nederlandse kinderen (interactie tussen de variabelen meetmoment en land). Zoals kan worden afgeleid uit figuur 2, is er reeds tussen het eerste en het tweede meetmoment sprake van een sterkere stijging in de score van de Vlaamse kinderen op de UGT-V dan in de score van hun Nederlandse leeftijdsgenootjes op de UGT. Deze 'inhaalbeweging' van de Vlaamse kinderen is evenwel nog sterker tussen het tweede en het derde meetmoment.

Op basis van de resultaten die zijn weergegeven in tabel 5, kunnen we vervolgens ook besluiten dat de invloed van de variabele leeftijd op de score op de UGT(-V), bij de tweede analyse minder sterk is dan bij de eerste analyse. Desondanks heeft de variabele leeftijd ook in de tweede analyse een duidelijk positieve invloed op de score van de kinderen (statistisch significant effect van de variabele leeftijd); de invloed van de variabele leeftijd op de score op de UGT(-V) is evenwel gelijk in beide landen. Inhoudelijk betekent dit dat--bij gelijkschakeling van de didactische leeftijd van de kinderen--(chronologisch gezien) oudere kinderen een betere score behalen op de UGT(-V) dan (chronologisch gezien) jongere kinderen. De variabele leeftijd lijkt de score op de UGT(-V) echter minder sterk te beïnvloeden op het derde meetmoment (eerste leerjaar/groep 3) dan op de eerste twee meetmomenten (derde kleuterklas/groep 2).

We kunnen tenslotte ook besluiten dat de vorm van de UGT(-V) de score van de kinderen niet beïnvloed: geen van beide parameterschattingen is statistisch significant op het 5% niveau. Met andere woorden, de drie vormen van de UGT(-V) kunnen als gelijkwaardig worden beschouwd.

5 Conclusies

In deze presentatie is aandacht besteed aan de inhoudelijke invulling van de begrippen 'getalbegrip' en 'voorbereidende rekenvaardigheid', de psychometrische kenmerken van de UGT en de UGT-V en de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid bij Vlaamse en Nederlandse kinderen van vijf tot zeven jaar oud. De belangrijkste onderzoeksresultaten kunnen als volgt worden samengevat.

5.1 De psychometrische kenmerken van de UGT en de UGT-V

De UGT en de UGT-V zijn (redelijk) betrouwbare toetsinstrumenten. Zij geven een (redelijk) nauwkeurig beeld van de mate van beheersing van voorbereidende rekenvaardigheid door het kind (constructvalide toetsinstrumenten).

5.2 De ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid in Vlaanderen en Nederland

Bij het vergelijken van de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid in Vlaanderen en in Nederland (zoals gemeten met behulp van de UGT-V, respectievelijk de UGT), springen de volgende twee elementen in het oog.

Om te beginnen scoren de Vlaamse leerlingen op het eerste meetmoment (januari derde kleuterklas) lager op de UGT-V dan de Nederlandse leerlingen op de UGT. De Vlaamse leerlingen beschikken op dat ogenblik dus over een minder goede beheersing van de voorbereidende rekenvaardigheid dan de Nederlandse leerlingen, ondanks het feit dat zij reeds een jaar langer kleuteronderwijs hebben ontvangen dan de Nederlandse leerlingen. Deze vaststelling roept een aantal vragen op die echter niet kunnen worden beantwoord met behulp van onze onderzoeksresultaten. Vergelijkend onderzoek naar het pedagogisch aanbod op het vlak van het voorbereidend rekenen gedurende de voorschoolse leeftijdsperiode in Vlaanderen en in Nederland, kan helpen bij het beantwoorden van onder meer de volgende vragen. Welke ervaringen met getallen en tellen doen Vlaamse en Nederlandse kinderen op in het gezin gedurende de voorschoolse leeftijdsperiode? Wordt er reeds voorbereidend reken/wiskunde-onderricht verstrekt in de Vlaamse peutertuinen en de Nederlandse peuterspeelzalen? Zo ja, zijn er dan ook verschillen tussen beide landen wat betreft het voorbereidend reken/wiskunde-onderricht dat daar wordt gegeven?

Een tweede opvallend onderzoeksresultaat is het gegeven dat de Vlaamse leerlingen sneller vooruit gaan in de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid dan de Nederlandse leerlingen. De Vlaamse leerlingen starten zwakker, maar na enkele maanden tijd beheersen zij de voorbereidende rekenvaardigheid even goed als de Nederlandse leerlingen. Er is als het ware sprake van een ‘inhaalbeweging’ door de Vlaamse leerlingen, die reeds start in de derde kleuterklas en voltooid wordt in het eerste leerjaar. Ook dit onderzoeksresultaat leidt tot het ontstaan van nieuwe vragen, die kunnen worden beantwoord op basis van verder onderzoek naar de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid en de factoren die daarbij een rol spelen.

Hierbij denken we aan vergelijkend onderzoek naar het voorbereidend reken/wiskunde-onderwijs op de Vlaamse kleuterscholen en in groep 1 en 2 van het Nederlandse basisonderwijs (cf. eerder uitgevoerde observatiestudies van onder anderen Harskamp en Willemsen (1991) en Manders en Aarnoutse (1997) met betrekking tot het Nederlandse basisonderwijs), evenals het vergelijken van het formele reken/wiskunde-onderwijs dat wordt aangeboden in het eerste leerjaar/groep 3. De volgende vragen zouden hierbij aan bod kunnen komen. Is er sprake van een verschil in het voorbereidend reken/wiskunde-onderwijs dat wordt aangeboden op de Vlaamse kleuterscholen en in groep 1 en 2 van het Nederlandse basisonderwijs? Beïnvloeden deze verschillen in voorbereidend reken/wiskunde-onderwijs de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid en op welke manier? Welke andere factoren, gelegen in het onderwijs, hebben een bevorderende, dan wel een belemmerende, invloed op de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid?

Ons onderzoek was slechts een eerste aanzet tot verder onderzoek naar de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid en de factoren die daarbij een rol spelen. Het resulteerde in enkele opmerkelijke vaststellingen die hebben geleid tot het ontstaan van nieuwe onderzoeksvragen, zoals vragen naar het pedagogisch aanbod op voorschoolse leeftijd (in het gezin; in de peutertuin) en het (voorbereidend) reken/wiskunde-onderwijs op school. Verder onderzoek dat probeert een antwoord te geven op de hoger geformuleerde vragen, kan ons helpen bij het vormen van een meer nauwkeurig beeld van de ontwikkeling van de voorbereidende rekenvaardigheid (in Vlaanderen en in Nederland) en de factoren die daarbij een rol spelen. Aldus wordt het niet alleen mogelijk om problemen in deze ontwikkeling (tijdig) op te lossen, maar ook om zulke problemen te voorkomen.

6 Referenties

Baroody, A.J. (1987). *Children's mathematical thinking: A developmental framework for preschool, primary, and special education teachers.* New York: Teachers College Press.

Frank, A.R. (1989). Counting skills: A foundation for early mathematics. *Arithmetic Teacher, 37(1),* 14-17.

Geary, D.C. (1994). *Children's mathematical development.* Washington, DC: APA.

Gelman, R., & Gallistel, C.R. (1978). *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard University Press.

Ginsburg, H. (1977). *Children's arithmetic: The learning process.* New York: Van Nostrand.

Goldstein, H., Rasbash, J., Plewis, I., Draper, D., Browne, W., Yang, M., Woodhouse, G. & Healy, M. (1998). *A user's guide to MLwiN. Multilevel Models Project.* London: University of London.

Hagens, M. (1998). *Een evaluatie van de Utrechtse Getalbegrip Toets en een onderzoek naar de betrouwbaarheid van de UGT voor allochtone kinderen.* Niet gepubliceerde doctoraalscriptie. Utrecht: Pedagogiek.

Harskamp, E., & Willemsen, T. (1991). Programma's en speelleermaterialen voor voorbereidend rekenen in de basisschool. *Pedagogische Studiën, 68,* 404-414.

Manders, D., & Aarnoutse, C. (1997). Wat doen kleuters en leerkrachten in groep 2 van het basisonderwijs? *Pedagogische Studiën, 74,* 338-354.

Piaget, J. (1969). *The child's conception of number.* London: Routledge & Kegan Paul LTD.

Piaget, J. (1973). De ontwikkeling van getalbegrip bij het kind. In J. Piaget, K. Resag, A. Fricke, & K. Odenbach (Red.), *Rekenonderwijs en getalbegrip* (pp. 51-71). Baarn: Bosch & Keuning.

Storms, G. (1998). *Psychometrie.* Leuven: Acco.

TAL-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool.* Groningen: Wolters-Noordhoff.

Torbeyns, J. (1999). *Vlaamse normering van de Utrechtse GetalbegripToets.* Niet-gepubliceerde licentiaatsverhandeling, Katholieke Universiteit Leuven, Faculteit Psychologie en Pedagogische Wetenschappen, Leuven.

Van de Rijt, B.A.M. (1996). *Voorbereidende rekenvaardigheid bij kleuters* (dissertatie). Doetinchem: Graviant.

Van de Rijt, B.A.M., & Van Luit, J.E.H. (1994). Rekenvaardigheid toetsen bij kleuters. Zin of onzin? *Willem Bartjens, 14(4),* 22-26.

Van de Rijt, B.A.M., & Van Luit, J.E.H. (1999). Milestones in the development of infant numeracy. *Scandinavian Journal of Psychology, 40*(1), 65-71.

Van de Rijt, B.A.M., Van Luit, J.E.H., & Pennings, A.H. (1999). The construction of the Utrecht Early Mathematical Competence Scales. *Educational and Psychological Measurement, 59(2),* 289-309.

Van Luit, J.E.H., Van de Rijt, B.A.M., & Pennings, A.H. (1994). *Utrechtse Getalbegrip Toets.* Doetinchem: Graviant.

Verhelst, N.D. (1992). *Het eenparameter logistisch model (OPLM): Een theoretische inleiding en een handleiding bij het computerprogramma* (OPD Memorandum 92-3). Arnhem: Cito.